

BEAM BASED GAIN CALIBRATION METHOD FOR BEAM POSITION MONITOR AT J-PARC MR

Masaki Tejima^{#A)}, Takeshi Toyama^{A)}, Shuichiro Hatakeyama^{B)} and Junpei Takano^{A)}

^{A)} High Energy Accelerator Research Organization (KEK), Accelerator Laboratory,

1-1 Oho, Tsukuba 305-0801, Japan

^{B)} Japan Atomic Energy Agency (JAEA)

2-4 Shirane Shirakata, Tokai-mura, Naka-gun, Ibaraki 319-1195, Japan

Abstract

Stability of the closed orbit is one of very important points for stable operations to keep a small beam loss in MR. The relative gains of the output data may drift due to unpredictable imbalance among output signals from the pickup electrodes, because the output signals must travel through separate paths, such as cables, connectors, attenuators, switches, and then are measured by detectors. In KEKB, we found noticeable errors larger than 0.1mm in the almost all BPM readings. In KEKB, A non-linear chi-square method has received practical application to calibrate these errors come from the imbalance among 4 output voltage of a BPM. However, we were not able to apply a same method as KEKB to analyze a gain of BPMs in J-PARC. We noticed linear relations among 4 outputs voltage and analyzed the imbalance by the total least-squares method. This paper introduce the new method to estimate the related gains from four output data of a BPM head.

J-PARC MR のビーム位置モニタのゲイン校正法

1. はじめに

ビーム位置モニタ (BPM) は、ビーム電流モニタとチューンモニタと並んで、円形加速器に必須のビーム診断装置である。特にビーム位置モニタは、全周に設置され、周回ビームの軌道を測定するための装置で重要な診断装置である。通常、ビーム位置モニタヘッドは加速器リングに設置する前にテストベンチ上で、ワイヤを流れる信号をビーム電流に見立てて校正する。

J-PARC の場合も BPM ヘッドをはじめ、信号処理回路、信号伝送ケーブル等が校正された^[1]。しかし、これらの校正を全て実施したとしても、信号伝送におけるコネクタ等の接続部は、切り離して再接続をするだけで、接触抵抗が変化し、また周辺の環境温度の変化や、信号処理回路の経年変化も、4 電極信号のバランス崩し、これらの校正で得られた BPM の 4 電極のバランスは保存されない。

KEKB では、この 4 電極信号の出力電圧のバランス、即ち相対的な応答ゲインの変化を補正するために、実際のビーム信号を使って、BPM ヘッドから処理回路までの出力電圧の応答ゲインを各電極毎に校正した。これを、ビーム・ベースド・ゲイン・キ校正 (Beam Based Gain Calibrations, BBGC) と呼ぶが、前提として BPM の断面形状で決まる BPM モデルを仮定し、非線形最小二乗法で、出力電圧のゲインを校正する方法である^[2]。このゲインを校正した結果、KEKB の Closed Orbit Distortion (COD) 補正をはじめ、BPM を使用する各種のオプティクス補正の再現性は画期的に改善され、KEKB の世界最高のルミノシティ達成に貢献した。J-PARC MR の BPM に対して

も、同様の方法、即ち非線形最小二乗法でゲイン校正を試みたが、解析結果は不定解になってしまった。それは、J-PARC の BPM 電極は上下の組と左右の組で構成されており(図 1)、KEKB のように同じ断面上に 4 電極が構成されていないため、上下と左右の電極の出力電圧の間には結合関係がないことが解析不定の理由である。

J-PARC MR のような対角線カット電極を持つ BPM に対してゲインを校正するために、線形最小二乗法で解析する方法を開発した。それは、Least Squares (LS)法で解析することができるが、解析の残差をより小さくするために、Total Least Squares (TLS)法^[3]が採用された。本論文では、KEKB で採用された非線形最小二乗法によるゲイン解析法を説明し、J-PARC MR の BPM のゲイン校正のために開発された、線形最小二乗法によるゲイン解析法を提案する。

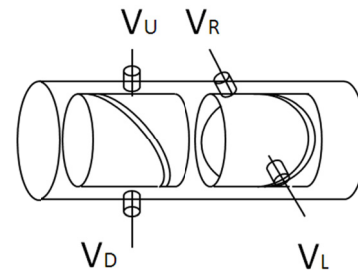


図 1 : J-PARC MR の BPM

2. 非線形最小二乗法によるゲイン校正

BPM の相対的な出力ゲインを校正する目的で非線形最小二乗法による BBGC 法が KEKB で開発さ

[#] masaki.tejima@kek.jp

れた。

2.1 4電極 BPM の出力電圧モデル

図2のように、4電極を持つBPMの*i*番目の出力電圧を V_i とすると出力電圧は次式のように表すことができる。

$$V_i = g_i \cdot q \cdot F_i(x, y) \quad i=1,2,3,4$$

上式の q はビームの電荷で、 x, y は BPM の幾何学的な中心からの相対的な位置を意味する。 $F_i(x, y)$ はビーム位置に対する応答を意味し、 $F_i(0,0)=1$ で規格化された関数である。この応答関数は次式のような調和関数で表すことができる。

$$\begin{aligned} F_1(x, y) = & 1 + a_1x + b_1y \\ & + a_2(x^2 - y^2) + b_2(2xy) \\ & + a_3(x^3 - 3x^2y) + b_3(3xy^2 - y^3) \\ & + a_4(x^4 - 6x^2y^2 + y^4) + b_4(x^3y - xy^3) \end{aligned}$$

係数 a_1, a_2, a_3, a_4 と b_1, b_2, b_3, b_4 は、BPM の形状に依存する。BPM の形状が図2のような場合、各電極の応答関数は次式のような関係になる。

$$\begin{cases} F_2(x, y) = F_1(-x, y) \\ F_3(x, y) = F_1(-x, -y) \\ F_4(x, y) = F_1(x, -y) \end{cases}$$

g_i は、コネクタの接触抵抗、ケーブルの伝送特性や処理回路のゲイン等によって決まる電極毎の相対的なゲインを意味する。

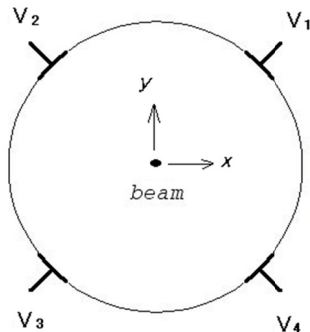


図2 : BPM のモデル

2.2 ビーム・ベースド・ゲイン解析

m 回の異なるビーム軌道における電極の出力電圧 V_{ij} を測定してビーム・マッピング・データを得る。

このとき、 j 回目のビーム軌道における BPM の電

極 i の出力電圧は次式のように表される。

$$V_{i,j} = g_i \cdot q_j \cdot F_i(x_j, y_j) \quad i=1,2,3,4, j=1, \dots, m$$

この時、ゲイン g_i は m 回の測定の間、変わらないものとし、 g_i に対する比と定義する。 $4m$ 個の測定値 V_{ij} に対して、未知数は g_i, q_j, x_j, y_j の $3m+3$ 個であるから、 $m>4$ 回の測定条件を満たせば、最小二乗法で解析できる。個々の BPM の各電極の相対的なゲインの解析は次式のような非線形最小二乗法による。

$$\chi^2(\mathbf{a}) = \sum_i \sum_j \frac{[V_{ij} - g_i q_j F_i(x_j, y_j)]^2}{\sigma_{i,j}^2}$$

$$\mathbf{a} = (g_2, g_3, g_4, q_1, x_1, y_1, \dots, q_m, x_m, y_m)$$

KEKB で、2003年5月に全BPMのBBGCを実施したところ、図3のように、ほとんど全てのBPMのゲインは数%の値を示し、5%以上の大きな値を示すBPMも20台以上もあることがわかった。それ以来、KEKBではBPMのBBGCを毎月実施し、BPMの測定再現性を保障してきた。このBBGCのためのビーム・マッピングは、HER及びLERの両リングを測定するために要する時間は約20分程度である。

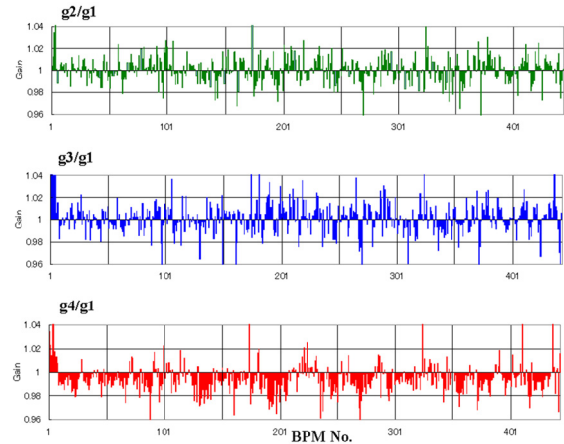


図3 : KECB HER の BPM ゲイン

3. J-PARC BPM における BBGC

J-PARC MR はビーム位置に比例する直線性の良い出力信号を得るために、図1のような対角線カットの静電誘導型の電極を持つBPMを採用した。このBPMに対して、各電極毎の出力電圧モデルを以下の式のように定義し、KEKBと同じ非線形最小二乗法でゲイン解析のシミュレーションをしたところ、 q_i, x_i, y_i に与えた初期値によって結果が変わるという不定解に陥った。この理由について現在検討中であるが、非線形最小二乗法は、4電極間の出力応答に非線形ながら結合関係があることを前提にしている

ため、図 1 のような電極においては水平と垂直の電極の出力応答に結合関係がないためと思われる。そこで、私達は、対角線カット電極を持つ BPM のためのゲイン解析法を新たに提案する。

3.1 対角線カット電極を持つ BPM の出力電圧

図 1 のような BPM の 4 電極の出力電圧 V_i は、次式のように定義する。

$$\begin{cases} V_L = \lambda \cdot \left(1 + \frac{x}{a}\right), & V_R = g_R \cdot \lambda \cdot \left(1 - \frac{x}{a}\right) \\ V_U = g_U \cdot \lambda \cdot \left(1 + \frac{y}{a}\right), & V_D = g_D \cdot \lambda \cdot \left(1 - \frac{y}{a}\right) \end{cases} \quad (1)$$

係数 a は BPM ダクトの電極内面の実効的な半径である。 λ は BPM 内を通過するビームの線電荷である。ゲイン g_R, g_U, g_D も前章と同様に g_L に対する比である。したがって $g_L=1$ を与える。(1)式から、 x/a 及び y/a を消去すると

$$\begin{cases} \lambda = \frac{1}{2} \left(V_L + \frac{1}{g_R} V_R \right) \\ \lambda = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{g_U} V_U + \frac{1}{g_D} V_D \right) \end{cases} \quad (2)$$

さらに、上の 2 式から λ を消去すると次式が得られる。

$$V_L = -\frac{1}{g_R} V_R + \frac{1}{g_U} V_U + \frac{1}{g_D} V_D \quad (3)$$

3.2 ビーム・マッピングの連立方程式

対角線カット BPM の 4 電極出力電圧は、 g_R, g_U, g_D の係数を付けた線形式で表すことができた。 m 個のビーム位置からなるビーム・マッピングに対する連立方程式を次式のような行列で表す。

$$\begin{pmatrix} -V_{R1} & V_{U1} & V_{D1} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ -V_{Rj} & V_{Uj} & V_{Dj} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ -V_{Rm} & V_{Um} & V_{Dm} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{g_R} \\ \frac{1}{g_U} \\ \frac{1}{g_D} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{L1} \\ \vdots \\ V_{Lj} \\ \vdots \\ V_{Lm} \end{pmatrix} \quad (4)$$

$V_{Lj}, V_{Rj}, V_{Uj}, V_{Dj}$ は測定値で、 g_R, g_U, g_D が求めたい未知数である。

3.3 線形最小二乗法でゲイン解析

前節の連立方程式(4)はよく知られている LS 法でも解くことができる。

しかし、測定値である $V_{Lj}, V_{Rj}, V_{Uj}, V_{Dj}$ には、測定誤差 $\Delta V_{Lj}, \Delta V_{Rj}, \Delta V_{Uj}, \Delta V_{Dj}$ が含まれているため、 V_{Lj} に測定誤差を含まないことを前提にした LS 法で解くことに問題がある。特に誤差が大きい測定値を扱う場合、LS 法は、ベスト・フィッティングしない場合がある。そこで、 V_{Lj} に測定誤差が含まれていても近似できる TLS 法で解析することにした。TLS 法は解析で得られた近似線あるいは近似面からの垂直方向の残差二乗を最小にする結果に基づくため、ベスト・フィッティングの解析結果を得ることができる。

3.4 ゲイン解析のシミュレーション

BPM モデルのマッピングデータによるゲイン解析のシミュレーションを行った。このシミュレーションに使用したマッピング・データは 3.1 節で定義した式で計算された出力電圧で、25 カ所のビーム位置に対して、0.2% のガウスノイズが加えられた 12500 点をプロットした図のようなマッピングである。シミュレーションのためのゲインとして $g_R=1.01, g_U=1.005, g_D=0.975$ を与えてある。このマッピング・データを使って、LS 法と TLS 法のゲイン解析を比較したところ表 1 のような結果になった。

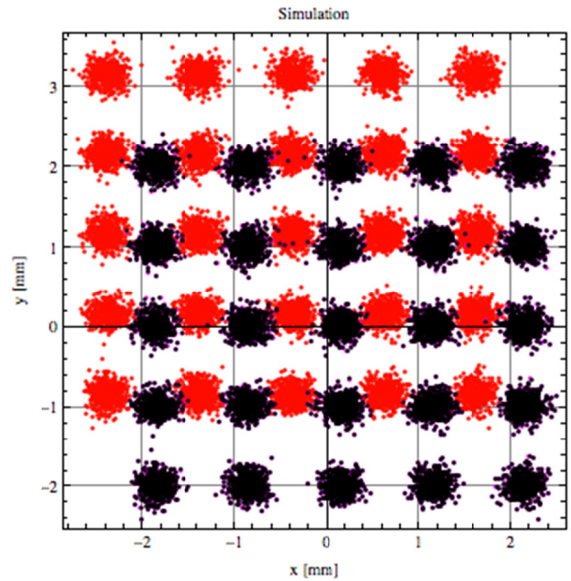


図 4 : シミュレーション用マッピング
ビーム位置のプロット 赤 : 補正前、黒 : 補正後

表 1:ゲイン解析の結果

	g_R	g_U	g_D
TLS 法	1.0138	1.0066	0.9771
誤差	0.0038	0.0016	0.0021
LS 法	1.0381	1.0183	0.9889
誤差	0.0281	0.0133	0.139

誤差の欄は予め与えられた正解ゲインとの差である。表 1 に示されたように、TLS 法で解析されたゲインの誤差は LS 法の誤差より一桁小さい値で、ベスト・フィッティングであることがわかる。

3.5 実際のビーム・マッピングでゲイン解析

実際のビームを 9 点の異なる軌道を作り、J-PARC MR の BPM で 4 回測定した出力電圧データから、ビーム・マッピングをつくり、ゲイン解析の試験を行った (図 5)。表 2 に示されたゲイン解析の結果によると、TLS 法で解析されたゲインで補正すると、そのビーム位置は BPM001 の場合は $\Delta X=0.24\text{mm}$, $\Delta Y=-0.58\text{mm}$ 、BPM002 の場合、 $\Delta X=1.72\text{mm}$, $\Delta Y=-1.4\text{mm}$ の図 5 に示すような大きなオフセット値を補正することになる。また、TLS 法と LS 法で解析されたゲインの値を比較すると小数点以下 3 桁目に違いがある。この違いをビーム位置に換算すると、BPM001 の場合で $\Delta X \approx 0.16\text{mm}$ 、 $\Delta Y \approx 0.001\text{mm}$ 、BPM002 の場合で $\Delta X \approx 0.2\text{mm}$ 、 $\Delta Y \approx -1.4\text{mm}$ に相当し、無視できない値である。

表 2 : BBGC の試験結果

BPM001	g_R	g_U	g_D
TLS 法	1.0062	1.0024	0.9873
LS 法	1.0103	1.0045	0.9892
BPM002	g_R	g_U	g_D
TLS 法	0.9568	0.9811	0.9463
LS 法	0.9617	0.9838	0.9487

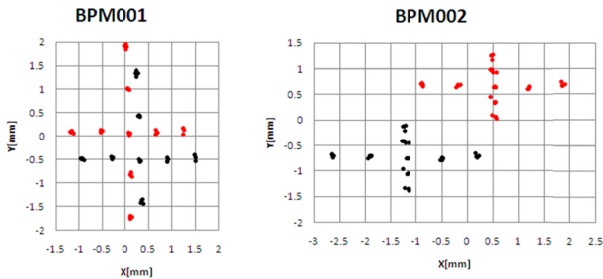


図 5 : ビーム・マッピング (BPM001 と BPM002)
黒 : 補正前、赤 : 補正後

3.6 ゲイン解析結果の検定

第 2 章の 3 電極ビーム位置のコンシステンシー・チェックで、解析結果の検定をすることができないので、式(2)の V_L と V_R で計算した λ_{LR} と V_U と V_D で計算した λ_{UD} の値のコンシステンシーをチェックした。表 3 に示すように、 λ_{LR} と λ_{UD} の値がゲイン補正前の大きさに比べ、補正後は明らかに小さくなっており、コンシステンシーが良くなった。

表 3 : λ_{LR} と λ_{UD} の比較

BPM001	λ_{LR}	λ_{UD}	$\Delta \lambda$
補正前	82584	81900	684
補正後	82330	82328	2
BPM002	λ_{LR}	λ_{UD}	$\Delta \lambda$
補正前	84223	82975	1247
補正後	86111	86115	-4

4. 結論

J-PARC MR では、対角線カットの電極を持つ BPM の出力電圧のゲイン校正のために、TLS 法で解析する新しい方法が開発された。この方法でシミュレーションが行われ、通常よく使われている LS 法に比べ、小さい誤差で期待通りのゲインを得ることができた。また、実際のビーム信号でマッピングデータを測定し、ゲイン解析の試験が行われた結果、その有効性が確認された。今後、全ての BPM でゲイン解析を定期的実施し、ゲインの経年変化をチェックする必要がある。

5. 謝辞

BBGA のビームマッピングを測定するために、異なるビー軌道を作る際に多大な協力をいただいた、電磁石部門の中村 衆氏に感謝します。

参考文献

- [1] T. Toyama, et al, POW013, Proceedings of DIPAC 2005, Lyon, France
- [2] K. SATOH and M. TEJIMA, Proceedings of the 1997 Particle Accelerator Conference, Vancouver, 2087.
- [3] Ivan Markovsky and Sabine Va Huffel. "Overview of total least squares methods", Signal Processing 87 (2007) 2283-2302.