

DYNAMIC APERTURE CORRECTION FOR VERY LOW-EMITTANCE STORAGE RING OF SPring-8 II

Yoshito Shimosaki[#], Kouichi Soutome, Jun Schimizu, Kimitaka Kaneki,
Masaru Takao, Takeshi Nakamura, Haruo Ohkuma
JASRI/SPring-8, Hyogo 679-5198, Japan

Abstract

The design work for an upgrade project of the SPring-8, the SPring-8 II, is in progress. Its ultimate goal is to provide a superior brilliance of photons by reducing emittance of electrons until a diffraction limit. A sextuple-bend lattice (natural emittance of 70 pm.rad at 6 GeV) has been examined for the first candidate. The dynamic aperture has been enlarged by studying beam dynamic phenomena caused by nonlinear dispersion, nonlinear chromaticity, nonlinear resonance, etc, and by optimizing linear and nonlinear optics. The strategy for the enlargement of the dynamic aperture is discussed.

SPring-8 II の極低エミッタンスラティスにおける ダイナミックアパーチャー拡張

1. SPring-8 II について

2019年の放射光供給を目指して、SPring-8蓄積リングの大規模アップグレード計画、SPring-8次期計画（SPring-8 II）の検討が進められている[1-4]。SPring-8 IIでは、放射光平均輝度の飛躍的向上を最大の目的としており、このために10 keV放射光の回折限界である10 pm.radを目標に、ナチュラルエミッタンスを極力低減させる。

本稿で述べる極低エミッタンスラティスは、その目的のために検討しているものであり、multi-bendラティスによる極低エミッタンス実現において最も重要な克服課題の1つであるダイナミックアパーチャー拡張について議論する。

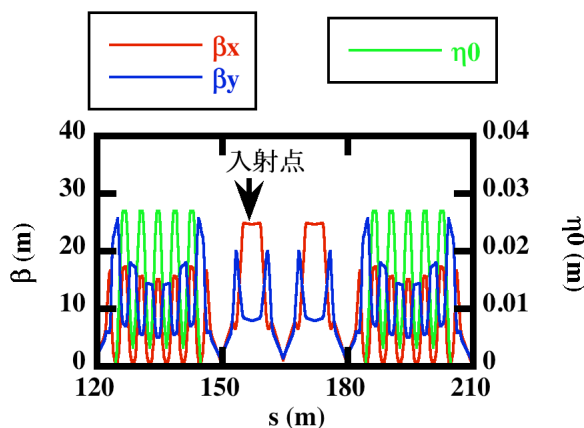


図1: Sextuple-bend ラティス関数

第一候補として、現在はユニットセルあたり6台の偏向電磁石を有する sextuple-bend ラティスの設計・検討を行っている。Sextuple-bend ラティスのラティス関数を図1に、主要なパラメータを表1に示

す。ナチュラルエミッタンスは70 pm.radで、更にダンピングウィグラーなどで回折限界まで低減させることを検討している [1]。

表1: Sextuple-bend ラティスパラメーター

Beam energy	6 GeV
Natural emittance	67.5 pm.rad
σ_E / E	0.096 %
Betatron tune (Q_x, Q_y)	(141.865, 36.650)
Natural chromaticity (ξ_{0x}, ξ_{0y})	(-475, -191)

2. 非線形問題と安定領域

一般に、極低エミッタンスラティスではビームを強く収束させるために、強い四極磁場が必要となる（ビームエネルギーを6 GeVに規格化した場合、現在のSPring-8に対するSPring-8 IIに必要な強さを示すと： $0.3 \text{ m}^{-1} \rightarrow 2.3 \text{ m}^{-1}$ ）。強い四極磁場は、線形分散関数の低下（ $0.40 \text{ m} \rightarrow 0.03 \text{ m}$ ）およびナチュラルクロマティシティの増大（ $(-88, -42) \rightarrow (-475, -191)$ ）を招く。低線形分散関数の環境下で高ナチュラルクロマティシティを補正するため、強い六極磁場が必要となる（ $7 \text{ m}^{-2} \rightarrow 121 \text{ m}^{-2}$ ）。大強度の六極磁場は、非線形共鳴や非線形クロマティシティなどの非線形現象を誘起し、ダイナミックアパーチャーやモーメンタムアクセプタンスなどの安定領域を狭める。SPring-8とSPring-8 IIにおける、on-momentum 粒子のダイナミックアパーチャー例を図2に示す。

SPring-8 IIでは、通常入射およびトップアップ入射に off-axis 入射スキームを用いる [2]。この off-axis 入射スキームで要請される値（ $x = \pm 2 \text{ mm}$ ）まで安定領域を拡張する必要がある[2]。非線形共鳴や非線形クロマティシティなどの非線形現象を考慮し、線形・非線形オプティクス最適化を行いなが

[#] shimosaki@spring8.or.jp

ら、安定領域の拡張を行う。検討中の安定領域拡張指針と結果例を報告する。

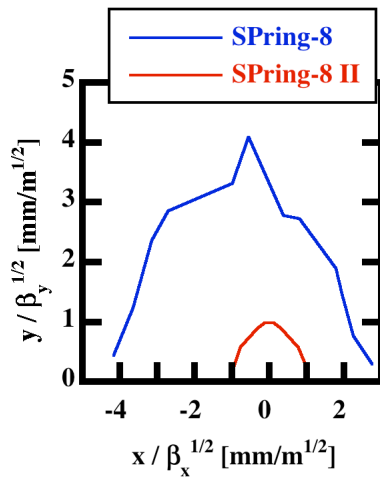


図 2: 規格化座標系で比較した場合の on-momentum 粒子のダイナミックアパーチャー

3. 安定領域拡張指針

SPring-8 II の安定領域拡張のために、「線形オプティクス設計」、「チューンの選択」および「非線形オプティクス設計」の 3 段階において、非線形現象を考慮した対策を講じている。

- 線形オプティクス設計

線形オプティクスを設計する際は、エミッタンス低減だけでなく、ナチュラルクロマティシティを低減することも考慮して、磁石の配置、強さを決定している。ナチュラルクロマティシティの低減により、六極磁場を弱くすることができ、安定領域を拡張することができる。

また一般に、ベータ関数の大きいところではダイナミックアパーチャーは広がって見える。一方、発光点においては電子のエミッタンスと光のエミッタンスが整合するよう、ベータ関数を最適化することで輝度をあげることができる。目的に応じてベータ関数が最適になるよう、線形ラティスの設計を行っている。

- チューンの決定

後述の「非線形オプティクス設計」において、六極磁石によって誘起される非線形共鳴を、ハーモニクス法により補正する。しかし六極磁石のファミリー数の都合上、ハーモニクス法では補正しきれない高次非線形共鳴が存在する。これら高次非線形共鳴の緩和を目的に、ユニットセルの内外で interleaved sextupole の関係を満たすよう、チューンの調整を行っている。

また、チューンが「強い共鳴」に近いと、ハーモニクス法や interleaved sextupole では共鳴を補正しきれず安定領域が減少するため、「強い共鳴」を避け

るためにもチューンの選択を行う必要がある。

- 非線形オプティクス設計

非線形現象を運動量偏差に依存するものと依存しないものに区別する。

運動量偏差に依存しない現象としては、六極磁石によって誘起される非線形共鳴の内、最低次の孤立共鳴ハミルトニアン[5]によって記述される非線形共鳴（整数共鳴($Q_x \sim \text{int.}$)、3次共鳴($3Q_x \sim \text{int.}$)、結合共鳴($Q_x \pm 2Q_y \sim \text{int.}$)）などがあげられる。これらはセパトリティクスやエミッタンス交換などで安定領域を狭める。これら非線形共鳴はハーモニクス法により補正を行った。

次に運動量偏差に依存する現象としては、「非線形クロマティシティ」、「非線形分散関数」、および「off-momentum 粒子に関する孤立共鳴ハミルトニアンを記述した場合に出てくる非線形共鳴（例えば四極磁石と六極磁石によって、off-momentum 粒子に誘起される2次共鳴($2Q_x \sim \text{int.}$, $2Q_y \sim \text{int.}$)」などがあげられる。ここで非線形クロマティシティによるチューンシフトを

$$\Delta Q(\delta) = \xi_0 \delta + \xi_1 \delta^2 + \dots$$

で、非線形分散関数に伴う閉軌道を

$$\Delta x(\delta) = \eta_0 \delta + \eta_1 \delta^2 + \dots$$

で定義する[6, 7]。非線形クロマティシティに伴うチューンシフトの増大、およびシンクロトロン振動に伴う resonance crossing に伴い、安定領域が減少するため、非線形クロマティシティの補正も考慮する必要がある。

ここでは非線形クロマティシティおよび非線形分散関数について、それぞれ運動量偏差の 2 乗の項までを考慮した。 ξ_1 は off-momentum beta-beat を含む項と、六極磁石中に η_1 を含む分散関数があることにより生じる項で構成される [6]。また off-momentum beta-beat は $2Q_x \sim \text{int.}$ および $2Q_y \sim \text{int.}$ を dominant term に持つ [8]。すなわち η_1 および off-momentum に誘起される 2 次共鳴を同時に制御することで ξ_1 を補正しうる。Off-momentum 粒子に誘起される 2 次共鳴については、四極磁石で誘起される 2 次共鳴成分を六極磁石によって誘起される 2 次共鳴で打ち消し合うよう、ハーモニクス法で補正を行った。 η_1 は定義から COD と同じ取り扱いができ、ステアリング磁石で COD を補正するのと全く同じアルゴリズムで、 η_1 を六極磁場で補正しうる。ここでは簡単のため η_1 についてもハーモニクス法を用い、dominant term である Q_x の成分を調整した。

六極磁場は、上述した運動量偏差に依存する現象と依存しない現象の両者を誘起する。この両者を補正するときは、式を連立させて同時に解く必要がある。

上述の「線形オプティクス設計」、「チューン

の選択」および「非線形オプティクス」の設計」について iteration を行うことにより、安定領域の拡張を行っている。

4. 安定領域拡張 検討結果例

上述した安定領域拡張指針を軸に、安定領域拡張の検討を行っている。安定領域拡張結果例を以下に示す。比較のため case-1 と 2 で条件を変えて計算を行った。それぞれの補正条件を表 2 に示す。Case-2 では case-1 に比べ off-momentum 粒子に関する補正を追加で行っている。その他のパラメータは共通で、図 1 と表 1 で与えられる。コードについて非線形共鳴補正は PATRASH [5]を使用した。安定領域の計算では、SPring-8 で開発した CETRA [9]を用い、 $(x, x', y, y', \sigma, \delta)$ で tracking を行った。 σ はテスト粒子の設計粒子からの RF 位相差に相当し、 δ は運動量偏差である、RF 電圧振幅は 6.88 MV、RF 周波数は 508 MHz を仮定した。偏向電磁石による放射ロスを期待値で与えた。

表 2: 安定領域拡張 補正条件

	補正条件
Case-1	1 六極磁石が誘起する $Q_x \sim \text{int.}$ $3Q_x \sim \text{int.}$ $Q_x \pm 2Q_y \sim \text{int.}$ の最近接共鳴を補正 2 線形クロマティシティを補正 $(-475, -191) \rightarrow (+1, +1)$
Case-2	1, 2 は case-1 と共通 3 Off-momentum 粒子に誘起される $2Q_x \sim \text{int.}, 2Q_y \sim \text{int.}$ の最近接共鳴を補正 4 case-1 と同程度となるように η_1 を固定

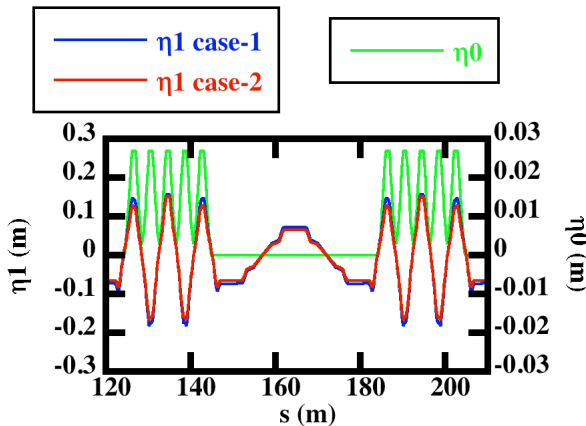


図 3: 分散関数

図 3 に η_1 の結果を、図 4 に ξ_1 の結果を示す。ここでは η_1 が同程度に固定されるように六極磁石の調整を行った。 (ξ_{1x}, ξ_{1y}) は case-1 で $(-1133, 996)$ 、case-

2 で $(-1104, 480)$ となった。 ξ_{1y} については約半分まで減少した。

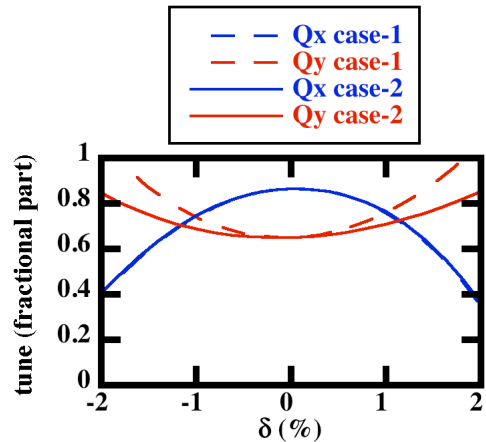


図 4: チューンの運動量偏差依存性

参考のため、図 5 に振幅依存チューンシフトを示す。今回、振幅依存チューンシフトの補正は考慮していない。

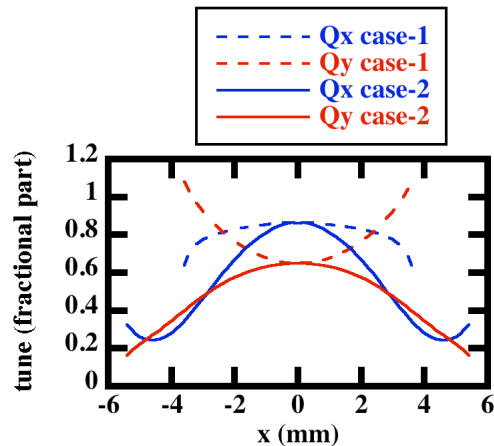


図 5: チューンの振幅依存性

安定領域について、on-momentum 粒子および off-momentum 粒子のダイナミックアパーチャーの計算結果を図 6 に、モーメントムアクセプタンスの計算結果を図 7 に示す。

ダイナミックアパーチャーの計算ではシンクロトロン振動を考慮しており、on-momentum 粒子については $\delta = 0\%$ を、off-momentum 粒子については $\delta = -1\%$ を δ の初期値として与えた。Off-momentum 粒子に誘起される非線形共鳴を補正することにより、case-2 では case-1 に比べ x, y 両方向に約 2 倍、ダイナミックアパーチャーが広がった。

モーメントムアクセプタンスは、「RF bucket から決まるモーメントムアクセプタンス」と「ダイナミックアパーチャーで決まるモーメントムアクセプタンス」のうち、小さい方が支配的となる。case-1 の場合、「ダイナミックアパーチャーで決まるモーメントムアクセプタンス」の方が支配的であるため、

η_0 のある位置でモーメントアクセプタンスが小さくなっているものと思われる。一方、case-2 については、 η_0 のある位置でモーメントアクセプタンスが小さくなっていない。Off-momentum 粒子のダイナミックアパーチャーが拡張されたため、「RF bucket から決まるモーメントアクセプタンス」の方が支配的になったものと思われる。

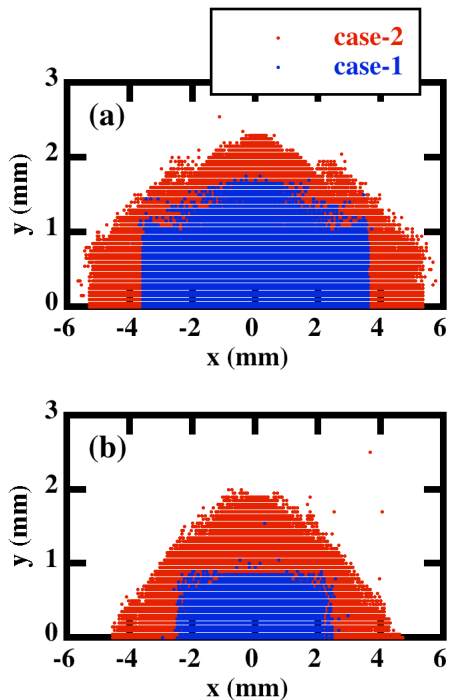


図 6: (a) On-momentum 粒子、および(b) off-momentum 粒子のダイナミックアパーチャー

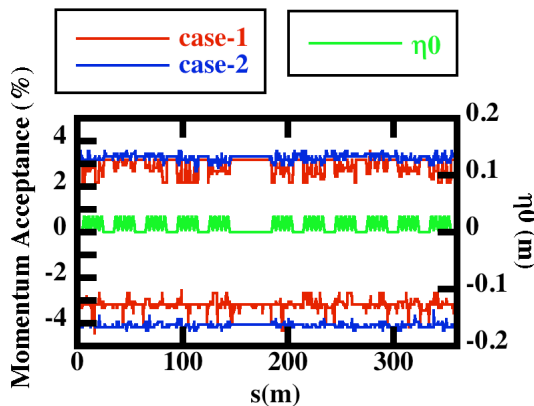


図 7: モーメントアクセプタンス。リング 1 / 4 周分。

これまでの計算結果は、ラティスのエラーを考慮していなかった。六極磁石にアライメントエラーが入った場合のダイナミックアパーチャー例を図 8 に、モーメントアクセプタンス例を図 9 に示す。ここでは、六極磁石のアライメントエラーをガウス分布の乱数で与え 2 シグマでカットしている。図 8、図

9 共に、著しい安定領域の減少が見られる。六極磁場が強いため、 $\sigma = 10 \mu\text{m}$ のアライメントエラーを与えると正規の四極磁場に対し $B'L / B\rho$ で最大 10^{-3} 程度の強い四極磁場エラーを生じる。これによりラティス関数が乱れ、非線形共鳴補正条件などが崩れるため、安定領域が著しく減少するものと思われる。同様に四極磁石のアライメントエラーは双極磁場エラーを生じ、COD を発生する。COD が六極磁石をオフセンターで通過すれば同様の理由で安定領域が減少する。今回、四極磁場のアライメントエラーに伴う COD は補正されたものと仮定し、六極磁場のアライメントエラーに対する安定領域の減少を抑制するよう、各パラメータの調整を行った。今後、アライメントエラーに伴う COD 補正スキームも含めた、安定領域拡張スキームを検討する予定である。

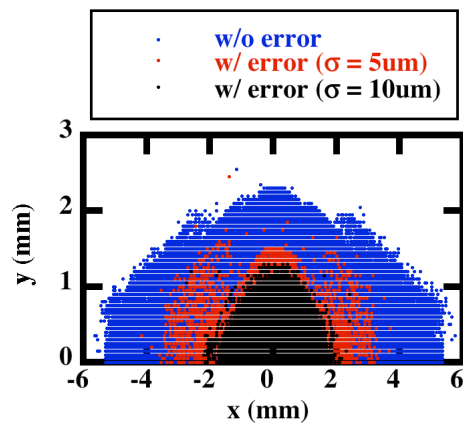


図 8: 六極磁石にアライメントエラーを考慮した場合のダイナミックアパーチャー。On-momentum, case-2。

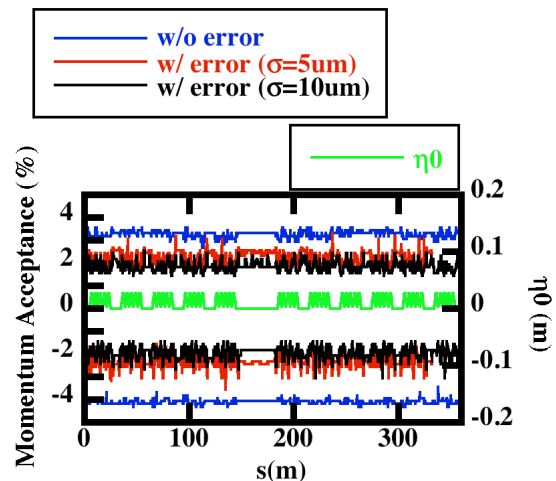


図 9: 六極磁石にアライメントエラーを考慮した場合のモーメントアクセプタンス。リング 1 / 4 周分。Case-2。

5. サマリー

SPring-8 II 計画では、放射光平均輝度の飛躍的向

上を最大の目的としており、このために 10 keV 放射光の回折限界である 10 pm.rad を目標に、ナチュラルエミッタンスを極力低減させる必要があり、そのための極低エミッタンスラティスの設計を行っている。SPRING-8 II は 2019 年の計画実施を考えている。

極低エミッタンスラティスでは、非線形問題に伴いダイナミックアパーチャーやモーメンタムアクセプタンスなどの安定領域が減少するという克服課題がある。Off-axis 入射スキームで要請される値 ($x = \pm 2$ mm) まで安定領域を拡張する必要がある。

SPRING-8 II では

- ・ On / off-momentum 粒子に関する非線形現象の同時補正
- ・ 「ハーモニクス補正」と「interleaved sextupole (ユニットセルの内外に配置)」の併用による非線形共鳴補正
- ・ 低ナチュラルクロマティシティ設計

などを指針に、安定領域拡張の検討を行っている。

現在までの検討結果をまとめる。ラティスにエラーが無い場合、ダイナミックアパーチャーは on-momentum 粒子について $x = \pm 5$ mm、off-momentum 粒子 ($\delta = -1$ %) について $x = \pm 4$ mm、モーメンタムアクセプタンスは $\delta = \pm 3$ %程度となった。ただし、RF 電圧振幅は 6.88 MV、RF 周波数は 508 MHz を仮定している。

極低エミッタンス化に伴い、四極磁場、六極磁場が強くなっており、アライメントエラーに伴う安定領域の縮小が顕著である。六極磁石のアライメントエラーを $\sigma = 5$ μm 、 2σ カットのガウス分布で仮定した場合、ダイナミックアパーチャーは on / off-momentum 粒子について $x = \pm 2$ mm 程度、モーメンタムアクセプタンスは $\delta = \pm 2$ %程度となった。今後、アライメントエラーに伴う COD 補正スキーム、安定領域拡張スキームを検討する予定である。

参考文献

- [1] T. Watanabe, et al., "Current Status of SPRING-8 Upgrade Plan", to be published in Proc. of IPAC2011 (San Sebastian, Spain, Sep. 4 - 9, 2011), THPC032.
- [2] 中村剛, 「キック量位置依存性可変な高速キッカーを用いたバケット毎 On-axis / Off-axis 入射システム」, 第 8 回日本加速器学会年会, MOPS101.
- [3] 岡安雄一, 深見健司, 満田史織, 中村剛, 早乙女光一, 「高飽和磁束密度材を用いた常伝導多極電磁石の設計開発」, 第 8 回日本加速器学会年会, MOPS043.
- [4] 正木満博, 渡部貴宏, 深見健司, 満田史織, 「mm-wave iFEL を用いた SPRING-8 蓄積リングでの短バンチ生成の検討」, 第 8 回日本加速器学会年会, TUPS066.
- [5] Y. Shimosaki and K. Takayama, Phys. Rev. E 68, 036503 (2003).
- [6] M. Takao, Phys. Rev. E 72, 046502 (2005).
- [7] H. Tanaka et al., Nucl. Instr. Meth. A 431 (1999), 396-408.
- [8] H. Wiedemann, "Particle Accelerator Physics, 3rd edition", Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York (2007).
- [9] J. Schimizu, K. Soutome, M. Takao and H. Tanaka, "Development of a tracking and analysis code for beam dynamics in SPRING-8", Proc. of the 13th Symposium on Accelerator Science and Technology (Suita, Osaka, Oct. 29-31, 2001), pp.80-82.