

RESPONSE FOR FORCE OSCILLATION IN COLLIDING BEAM-BEAM SYSTEM

K. Ohmi, M. Tobiyama, R. Tomas¹, R. Calaga², Y. Funakoshi, T. Ieiri, Y. Morita, K. Nakanishi, K. Oide, Y. Onishi, Y. Sun¹, F. Zimmermann¹
 KEK, Tsukuba, Japan, ¹CERN, Geneva, Switzerland, ²BNL, Upton, NY, USA

Abstract

Colliding beam-beam system, which is strongly nonlinear, has characteristic features for response on external noise. Response for sinusoidal noise in the beam-beam system had studies by T. Ieiri and K. Hirata [1] in TRISTAN. External noise, which gives modulation of collision offset, causes emittance growth and luminosity degradation. The noise response on oscillation and luminosity under the nonlinear beam-beam interaction in KEKB is discussed.

INTRODUCTION

衝突ビームに外部から振動、ノイズが加わることでビーム状態がどのように影響を受けるかを研究する。衝突点での横方向衝突位置に振動を与えることでルミノシティやビーム振動に応答が現れる。それぞれのビームに影響がなければ（エミッタンスが変わらなければ）、衝突位置のずれによるルミノシティ低下は以下で表される。

$$L = L_0 \exp \left(-\frac{\Delta x^2}{4\sigma_x^2} - \frac{\Delta y^2}{4\sigma_y^2} \right) \quad (1)$$

ここで $\Delta x, \Delta y$ は横方向のずれ、 σ_x, σ_y はビームサイズである。例えば $\Delta x = \sigma_x, \Delta y = 0$ の場合ルミノシティは元(L_0)の 78%である。

実際には衝突力によりエミッタンスが大きくなり、ルミノシティ低下はより厳しいものになる。静的に衝突位置がずれた場合に比べ、振動したり周回毎に揺らいでいる場合、エミッタンスの増大は、さらに厳しくなる。その影響はビームビームパラメータが大きいほど顕著である。

x-y それぞれの方向に、それぞれのビームの衝突結合を起こしたベータatron振動に対応する2つの振動モードがある。振幅が小さい線形領域での振動は、チューンが等しい場合、衝突により縮退が解け、衝突していないビームのチューンで運動する σ モードと、そのチューンからビームビーム力に応じたシフトした周波数で運動する π モードが存在する。エミッタンス増大のメカニズムとしてビームビームモードの誘起が1つとしてあげられる。[2]

ビームビーム相互作用を片方の固定ポテンシャルに他方のビーム粒子が力を受けるといった描像で考えると、ターン毎の周期を持った非線形ポテンシャル問題にノイズが加わることになり、エミッタンス増大は増幅される。2つめのこの描像は独立に運動しているビーム粒子のエミッタンスが大きくなる現象なのでインコヒーレント効果として分類される。

[3]

これらはいくまで形式的な分類で、実際の現象はコヒーレント、インコヒーレント混合した状態である。

ここでは実験とシミュレーションによって、この現象を研究する。KEKBにおいて水平方向、垂直方向に特定周波数振動、あるいはホワイトノイズを加えた際の応答についての測定結果をシミュレーションと共に示す。実験では、水平振動はクラブ空洞の位相を変動させることで、垂直振動はバンチフィードバックシステムに振動ノイズを印加することで行われた。LHCにおいて高ルミノシティ化のためにクラブ空洞の使用が考えられているが、KEKBにおいての振動のルミノシティへの影響を理解することがLHCの高ルミノシティ戦略にとっても重要な意味がある。

COHERENT MODE

微小振動に対するコヒーレントモードは線形振動で行列変換により記述できる。電子陽電子ビームの衝突位置、運動量による4次元ベクトルの変換を考える。4x4変換行列は2つの区分対角化された周回行列(M)とビームビーム衝突変換(K)の積で表される。

$$\begin{pmatrix} x_+ \\ p_{x,+} \\ x_- \\ p_{x,-} \end{pmatrix} = MK \begin{pmatrix} x_+ \\ p_{x,+} \\ x_- \\ p_{x,-} \end{pmatrix}$$

$$M = \begin{pmatrix} \cos \mu_+ & \sin \mu_+ & 0 & 0 \\ -\sin \mu_+ & \cos \mu_+ & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \mu_- & \sin \mu_- \\ 0 & 0 & -\sin \mu_- & \cos \mu_- \end{pmatrix}$$

$$K = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -4\pi\xi_+ & 1 & 4\pi\xi_+ & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 4\pi\xi_- & 0 & -4\pi\xi_- & 1 \end{pmatrix}$$

ここで変数は β 関数で規格化されている ($x=\beta^{1/2}x_\beta$, $p_x=\beta^{-1/2}p_{x,\beta}$, $\alpha=0$)。 ξ はいわゆるビームビームチューンシフトである。チューンとビームビームチューンシフトが両ビームで同じ場合 ($\nu=\mu/2\pi$, ξ)、固有値は $\nu_\pi = \nu + \xi$, $\nu_\sigma = \nu$ となり、それぞれのモードを π モード、 σ モードと呼んでいる。それぞれのモードの固有ベクトルは電子ビームと陽電子ビームのベータトロン位相差が π , 0 である。チューン、チューンシフトが異なる場合上述の行列の固有値問題を数値的にとくことになる。チューンがチューンシフトに比べ十分に離れている場合 $\nu_{bb+} = \nu + \xi_+$, $\nu_{bb-} = \nu + \xi_-$ である。

ここであつかう KEKB のチューンは $\nu_{x+} = 45.507$, $\nu_{y+} = 43.561$, $\nu_{x-} = 44.512$, $\nu_{y-} = 41.621$ で、チューンシフトは設計のビームサイズから $\xi_{x+} = 0.11$, $\xi_{y+} = 0.11$, $\xi_{x-} = -0.091$, $\xi_{y-} = 0.078$ であるが、衝突条件で変わりうる。とくに y 方向は実際にビームサイズが広がり、ルミノシティも低下しているので、この値より低めである。設計値 (ν, ξ) を使って固有値から求めたチューンは $\nu_{x1} = 45.509$, $\nu_{x2} = 44.562$, $\nu_{y1} = 43.587$, $\nu_{y2} = 41.718$ である。水平方向 ν_{x1} ν_{x2} に対応するモードは σ モード、 π モードで、垂直方向 ν_{y1} ν_{y2} に対応するモードは陽電子、電子ビームがベースのモードである。KEKB では 2 ビームの水平垂直チューンの離れ具合により、ビームビームモードの性格が水平、垂直で異なる。

このようなビームビーム衝突系に外部からノイズを印可する。具体的に陽電子ビームをある周波数あるいはホワイトノイズで励振させる。系が線形であるならば、これらのモードに対応する周波数で振動を与えれば対応するモードが共鳴的に誘起される。

ビームビーム力は 2 つのビームの距離が離れると弱くなる、すなわち非線形である。そのため線形近似で求めたモードで振動を与えても単純に共鳴的な応答をするわけではない。家人、平田によってトリスタンにおいて、2 つのビームのチューンとビームビームチューンシフトが同じ場合の有限振幅でのコヒーレント振動にたいする周波数応答が調べられている。

ビームビームコヒーレント振動を研究するために strong-strong 法によるシミュレーションが行われた。それぞれのビームを 100,000 個程度のマクロ粒子で表し、相互作用を粒子メッシュ法によりポテンシャルを解くことで衝突効果を表す。相互作用はターンごとに行われ、周回による変換は周回行列によって行われる。周回数は 12000 周で放射減衰時間の 3 倍である。周回ごとにビームの平均位相空間位置、サイズが記録され、そのデータをもとに FFT 解析が行われた。[5]

HORIZONTAL NOISE WITH CRAB CAVITY

水平方向の振動はクラブ空洞の位相を正弦波変調を与えることで励振させた。この実験は LHC でのクラブ衝突に対して、位相ノイズが衝突位置のずれに転じエミッタンス増大が問題になるかの調査のために始められた。ビームビーム系に対しては水平方向の衝突位置の振動応答、ノイズ応答が研究すべき物理である。

図 1 に周波数 47.4kHz で陽電子ビームを励振した (クラブ位相を振動させた) 場合の IP での励起振幅とルミノシティの関係を示す。周回周波数は 99.4kHz である。チューンに換算すると $\nu=1-0.477=0.523$ である。振幅 $4\mu\text{m}$ を超えると急にルミノシティが悪化する。図にあるようにシミュレーションでも同じ結果が得られている。

図 2 に励起振幅 0.4, 0.7 μm での周波数に対するルミノシティ応答を示す。図 3 に周波数ごとの励起振幅と、誘起されるコヒーレント振動の振幅の関係を示す。 ($\sigma_x=100\mu\text{m}$)

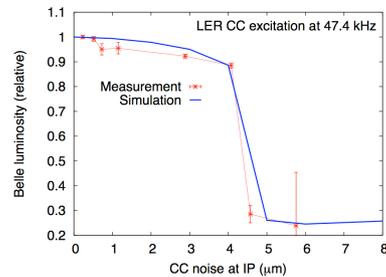


図 1: 周波数 47.4kHz で陽電子ビームを励振した (クラブ位相を振動させた) 場合の IP での励起振幅とルミノシティの関係。

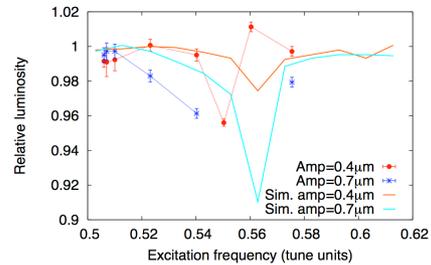


図 2: 励起振幅 0.4, 0.7 μm での周波数に対するルミノシティ応答。

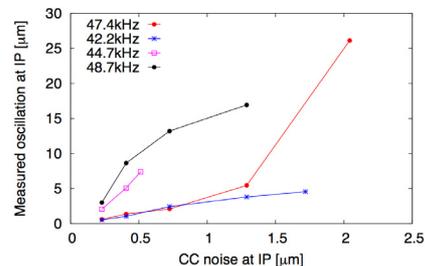


図 3: 周波数ごとの励起振幅と、誘起されるコヒーレント振動の振幅の関係。チューン換算で上から 0.523, 0.575, 0.550, 0.510。

これらの現象を理解するために系統的なシミュレーションが行われた。励起振幅 $0.3\text{-}10\mu\text{m}$ 、周波数 $0.505\text{-}0.615$ に対してルミノシティ、振動振幅の FFT 解析が行われた。図 4 にそれぞれの振幅、周波数に対するルミノシティ応答を示す。振幅が小さい場合応答は高めのチューン(π モード付近)で現れチューンが下がると応答しなくなる。一方振幅が大きい場合周波数が下がるに従って応答は徐々に大きくなり、 0.52 以下でルミノシティには応答しなくなる。

振動振幅に対する FFT 解析の結果を図 5-9 に示す。 σ モードは σ モードチューン 0.51 で応答するがルミノシティロスを起こさない。 π モードに対する応答はルミノシティと同様である。高いチューンから低い方へなぞってみる。2ビームの位相差は π モードがよく応答している局面では π である。低振幅では高めのチューンで徐々に位相差 0 になるが、高振幅では $0.52\text{-}0.51$ で急に π から 0 に移っている。この非対称応答は家入、平田[1]によってトリスタンで調べられた現象と同じものである。

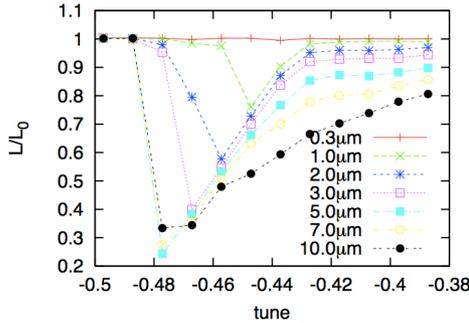


図 4: 励起振幅 $0.3\text{-}10\mu\text{m}$ 、周波数 $0.505\text{-}0.615$ に対するルミノシティ応答

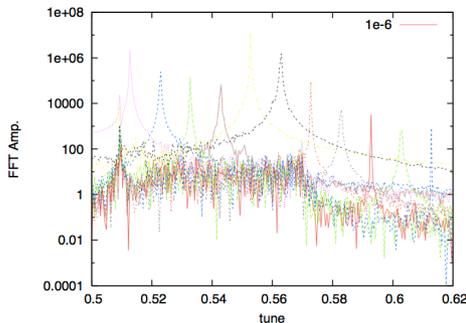


図 5: 励起振幅 $1\mu\text{m}$ での周波数ごとの FFT スペクトル例。

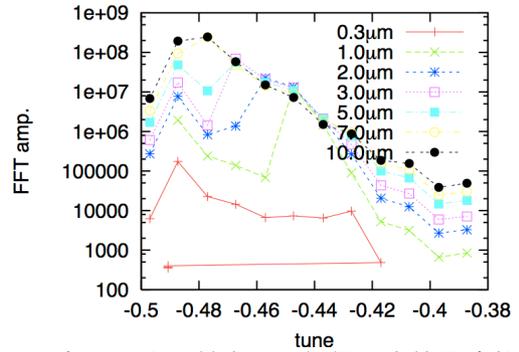


図 6: 励起に対する最大 FFT 振幅と応答周波数。陽電子ビームを励起し陽電子ビームの振幅を解析。

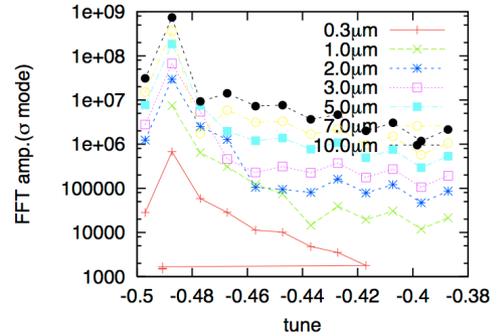


図 7: 励起に対する最大 FFT 振幅と応答周波数。 σ モード振幅(x_+ $+x_-$)に対する FFT。

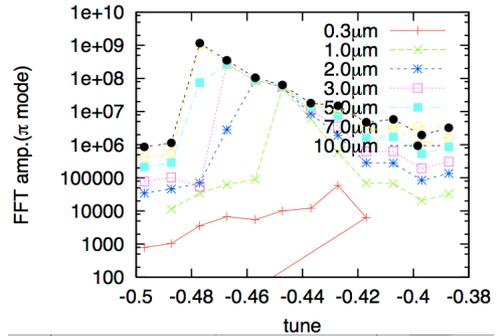


図 8: 励起に対する最大 FFT 振幅と応答周波数。 π モード振幅(x_+ $-x_-$)に対する FFT。

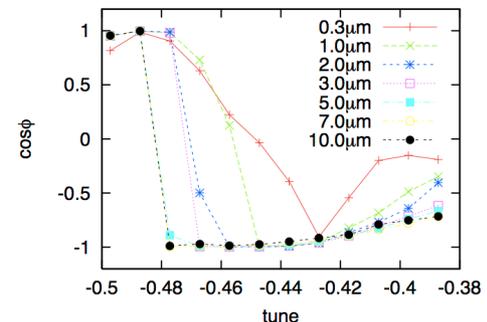


図 9: 励起周波数に対する陽電子、電子ビームの振動の位相差。

VERTICAL NOISE WITH FEEDBACK KICKER

次に垂直方向について述べる。垂直方向はビームサイズがきわめて小さい($\sigma_y=1\text{-}2\mu\text{m}$)ので、ノイズに

よる影響は水平に比べはるかに敏感である。垂直方向のチューンは $v_{y+} = 43.561$ 、 $v_{y-} = 41.621$ と0.06離れている。ビームビームパラメータ $\xi_{y+} = 0.11$ 、 $\xi_{y-} = 0.078$ より小さいが同程度離れていて、線型モデルでは水平モードのように π モード、 σ モードに分離されるのではなく、ビームビームチューンシフトした陽電子、電子モード $v_{y1} = 43.587$ 、 $v_{y2} = 41.718$ になる。

実験では陽電子バンチフィードバックキッカーに電圧を印可し、陽電子ビームを励振させた。図10に励振強度、周波数に対するルミノシティの変動を示す。キック0.4Vの応答が強すぎるため、 $v_y = 0.60-0.65$ のルミノシティデータはない。電子ビームのチューンである0.62に強い応答を示している。図11に励起振幅毎の周波数に対する誘起されるコヒーレント振動応答をしめす。陽電子ビームのチューンである $v_y = 0.60-0.62$ に強い応答を示している。

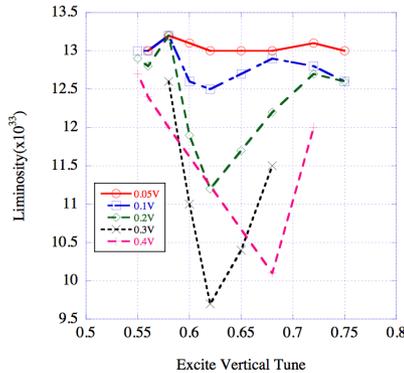


図10: 励起振幅毎の周波数に対するルミノシティ応答(実験)。

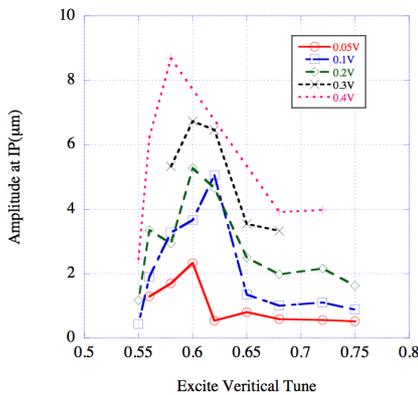


図11: 励起振幅毎の周波数に対する誘起されるコヒーレント振動応答(実験)

系統的なシミュレーション結果を以下に示す。応答はおおむね陽電子チューン0.56が強い。励起振幅強度 $0.05\sigma_y$ の場合は電子チューンによく応答している。実験は電子ビームチューンの0.62が強いのと対照的である。図17で全般的に電子チューン近傍で位相差 π になっている。

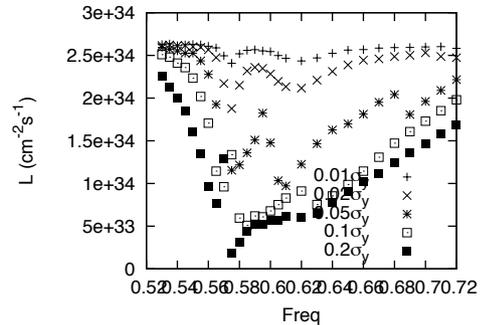


図12: 励起振幅毎の周波数に対するルミノシティ応答(計算)。

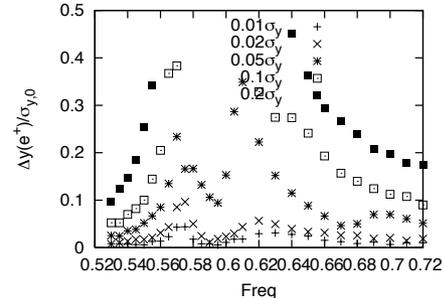


図13: 励起振幅毎の周波数に対する誘起されるコヒーレント振動応答(計算)

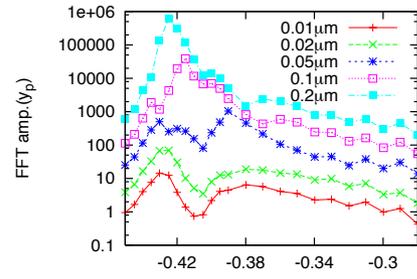


図14: 励起に対する最大FFT振幅と応答周波数。陽電子ビームを励起し陽電子ビームの振幅を解析。

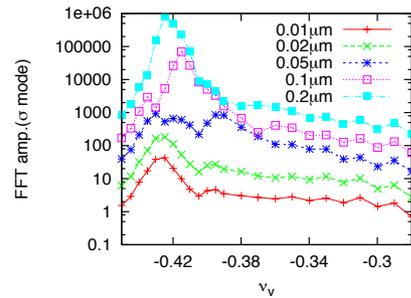


図15: 励起に対する最大FFT振幅と応答周波数。 σ モード振幅($x_+ + x_-$)に対するFFT。

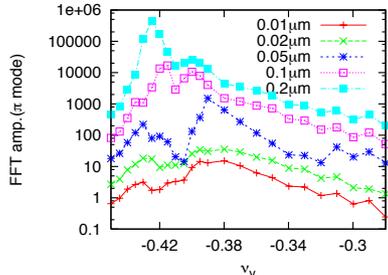


図 16: 励起に対する最大 FFT 振幅と応答周波数。 π モード振幅($x_+ - x_-$)に対する FFT。

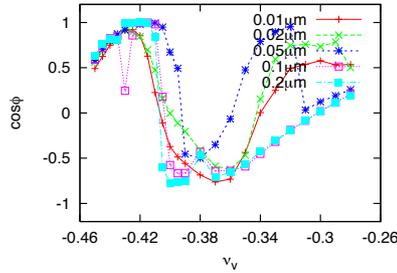


図 17: 励起周波数に対する陽電子、電子ビームの振動の位相差。垂直方向にホワイトノイズを印可した実験も行われた。図 18-21 に実験、シミュレーション結果を示す。

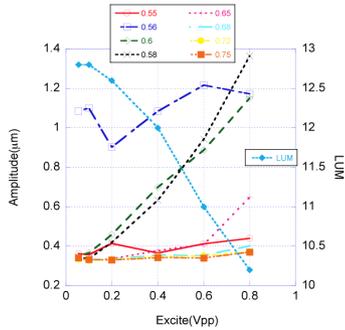


図 18: ホワイトノイズに対する周波数成分毎の振動応答、ルミノシティ応答(実験)

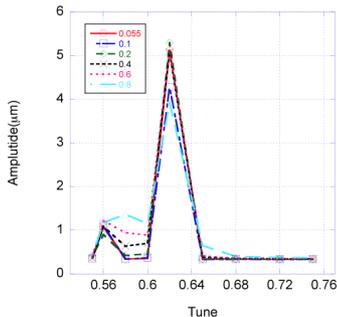


図 19: ホワイトノイズに対する振動周波数応答(実験)。

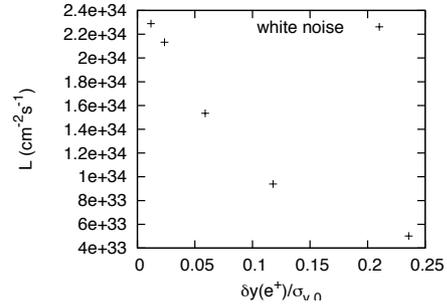


図 20: ホワイトノイズ振幅に対するルミノシティ応答。

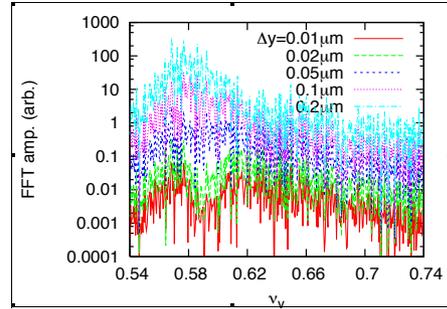


図 21: ホワイトノイズに対して誘起される振動周波数成分

SUMMARY

ビームビーム相互作用は距離が離れると弱くなる。そのためチューンシフトは大振幅では元のチューンに近い。 π モードは微小振幅では線形理論の値近傍に現れるが、大きなルミノシティロス誘発するのは π モードチューンに対する周波数ではなく、元のチューンに対応する周波数である。両ビームのチューンが離れている場合も元のチューンに強く応答する。

ホワイトノイズに対する応答はビームビームチューンシフトしたチューンではなく元のチューンの振動が誘発され、ルミノシティを落とす。非線形系にランダムノイズが入ったインコヒーレントエミッタンス増大の効果もあると思われるが、明確な分離は難しい。ノイズに対する感度はビームサイズの数%で放射励起の拡散率よりわずかに大きい程度で、予想通り厳しい。[6]

REFERENCES

- [1] T. Ieiri, K. Hirata, KEK-Preprint 89-10, proceedings of PAC89, Chicago (1989).
- [3] Y. Alexahin, Nucl. Instr. Methods, 391, 73 (1996).
- [4] T. Sen, J.A. Ellison, Phys. Rev. Lett. 77, 1051 (1996).
- [5] K. Ohmi, Phys. Rev. E62, 7287 (2000).
- [6] K. Ohmi et al., proceedings of EPAC06, Edinburgh.