

# SIMULATION OF ELECTRON TRAJECTORY IN BULK HTSC STAGGERED ARRAY UNDULATOR

Ryota Kinjo <sup>#A)</sup>, Koji Nagahara<sup>A)</sup>, Toshiteru Kii<sup>A)</sup>, Naoki Kimura<sup>A)</sup>, Mahmoud A. Bakr<sup>A)</sup>, Yong Woon Choi<sup>A)</sup>,  
 Mohamed Omer<sup>A)</sup>, Kyohei Yoshida<sup>A)</sup>, Keichi Ishida<sup>A)</sup>, Hidekazu Imon<sup>A)</sup>, Takuya Komai<sup>A)</sup>, Marie Shibata<sup>A)</sup>,  
 Kyohei Shimahashi<sup>A)</sup>, Heishun Zen<sup>A)</sup>, Taro Sonobe<sup>A)</sup>, Kai Masuda<sup>A)</sup>, Kazunobu Nagasaki<sup>A)</sup>, Hideaki Ohgaki<sup>A)</sup>,  
<sup>A)</sup> Institute of Advanced Energy, Kyoto University

Gokasho, Uji, Kyoto, 611-0011

## Abstract

To realize short-period high-magnetic-field undulator, we have proposed an undulator using bulk high temperature superconductor in a staggered array structure. To investigate the effect of the longitudinal solenoid field on the electron beam trajectory and find out the optimum value of the solenoid field, the magnetic field near the center of this undulator was modeled and the trajectory of the single electron was calculated. As a result, we found that the stronger solenoid field worked as a stronger convergence force. However, the optimum value was not able to be determined by the result of trajectory calculation because the stronger field changes the spectrum of the radiation from the beam.

## 高温超伝導バルク磁石を用いたスタガードアレイアンジュレータ中の電子軌道解析

### 1. 序論

アンジュレータの高磁場化、短周期化、また、機械的なギャップ変更なしでの  $K$  値可変を実現すべく当所では高温超伝導バルク磁石 (Bulk HTSC: Bulk High Temperature SuperConductor) を用いたスタガードアレイアンジュレータ (Bulk HTSC SAU: Staggered Array Undulator) を提案し開発を行っている<sup>[1]</sup>。図 1 に Bulk HTSC SAU の概念図を示す。Bulk HTSC を超伝導転移温度に冷却した後、ソレノイド磁場を変化させる。するとその変化を打ち消す向きの永久電流が Bulk HTSC 内部に流れ、Bulk HTSC が磁化されたことになる。この  $z$  方向の磁化が  $y$  方向のアンジュレータ磁場を生み出す。磁化の大きさは超伝導転移後のアンジュレータ磁場変化に依存するため、Bulk HTSC の臨界電流密度の磁場依存性が小さければ、アンジュレータ磁場振幅を変えずに運転時のソレノイド磁場を選ぶことにな

る。これまでに液体窒素温度まで冷却できる試作機で原理実証実験を行った。また、試作機でのデータを用いて、Bulk HTSC SAU の磁場計算コードである PILKUL コードを開発した。この PILKUL コードにより計算した Bulk HTSC SAU 中の磁場分布の典型例を図 2 に示す。黄色の網掛け部分を中心部、その両側を端部と呼ぶことにする。計算で周期を長くしていくと中心部の  $B_y$  の振幅はほぼ一定となり、 $B_z$  の分布は平面に近づいていく。端部での  $B_y$  が

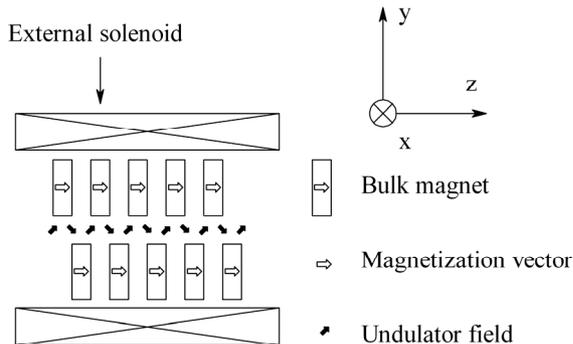


図 1: Bulk HTSC SAU の概念図

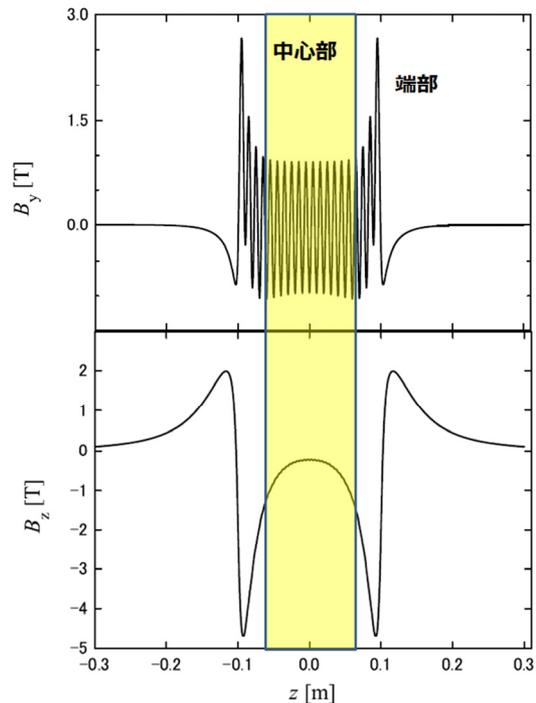


図 2: Bulk HTSC SAU 内の典型的磁場分布

中心部より大きくなっているのは、端部で上下どちらかの磁石のみが端に突出しているためと、端部の Bulk HTSC は単独で打ち消さなくてはならないソレノイドの磁場変化が大きいためである。

本研究の目的は、Bulk HTSC SAU 中心部での電子軌道が、強いソレノイド磁場によってどのような影響を受けるのか明らかにすること、またソレノイド磁場の最適値を探すことである。

本論文の構成は以下のとおりである。2 節では電子軌道解析の方法と放射光の計算方法、用いる電子ビームのパラメータ、中心部での磁場の近似モデルなどについて述べる。3 節では、まず中心部での軌道をソレノイド磁場および入射角を変えて計算した結果を示しソレノイド磁場の影響を議論する。次に電子の出す放射光のスペクトルから、ソレノイド磁場の影響を議論する。

## 2. 軌道解析の方法

### 2.1 軌道計算方法

単一の電子の軌道を 3 次元空間で 4 次の Runge-Kutta 法を用いて計算する。放射光による電子エネルギーの変化は十分小さいとして無視する。磁場は、2.2 節で述べる中心部の磁場をモデル化した関数で与える。我々の施設の高周波電子銃と本アンジュレータを用いて赤外光を出すことを想定して電子ビームエネルギー 10 MeV とした。

### 2.2 アンジュレータ中心部の軌道解析の方法

周期数が大きい場合の Bulk HTSC SAU の中心部での磁場は、一定の振幅で周期的に変化する  $B_y$  と着磁条件に依存する一定の  $B_z$  からなると考えられる。これは、近似的に

$$\begin{aligned} B_x &= 0, \\ B_y &= B_{y0} \cos(k_0 z) \cosh(k_0 y), \\ B_z &= B_{z0} \cosh(k_0 y) \end{aligned}$$

と書ける。ここでこのモデルでは  $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$  とならないことを断っておく。  $B_{y0}$ ,  $B_{z0}$  はそれぞれ 1 T および、運転時のソレノイド磁場  $B_s$  で  $B_{y0}$  と独立に変更可能であるとする。また  $k_0$  は周期 10 mm に対応する波数である。この中心部磁場の近似モデルを用いて軌道解析を行う。ソレノイド磁場については 10 T までの値を用いた。

### 2.3 放射光の計算方法

放射光の計算においては、軌道計算の時間ステップ毎に観測点での Lienard-Wiechert ポテンシャル<sup>[3]</sup>を求めた。

## 3. 結果と考察

### 3.1 アンジュレータ中心部の軌道

2.2 節で述べた中心部磁場の近似モデルに従う磁場の下で電子の軌道を計算した。

図 3 に  $x = 0 \text{ mm}, y = 0 \text{ mm}, \theta = 5 \text{ mrad}, \alpha = \pi/4 \text{ rad}$  で入射した電子の軌道をソレノイド磁場を

パラメータとして示す。ここで  $\theta$  は入射方向の  $z$  軸正方向との角度、 $\alpha$  は  $x$ - $y$  平面に射影した時の  $x$  軸正方向との角度である。アンジュレータとしての蛇行運動は  $x$ - $z$  平面に平行な面で行われていることがわかる。それに加えて  $z$  方向の  $B_s$  に巻きつくサイクロトロン運動をしていることがわかる。このサイクロトロン運動によって放射光の波長が長くなる可能性がある。サイクロトロン運動の半径はソレノイド磁場が強いほど小さくなることわかる。これはソレノイド磁場が強いほど電子ビームの収束効果が高いことを示す。同時にソレノイド磁場が強いと軌道の  $z$  方向に対する角度が大きくなる。特に  $y$  方向に顕著に見られる。これは放射光の発散が大きくなることを意味する。つまり、電子ビームの収束という点ではソレノイド磁場が強い方がよいが、放射光の発散という点では弱い方がよい可能性がある。放射光については次節で議論する。これらの軌道の結果は、同じ磁場の近似モデルを用いて求めた軌道の近似解析解から得られる結果とも一致する<sup>[4]</sup>。

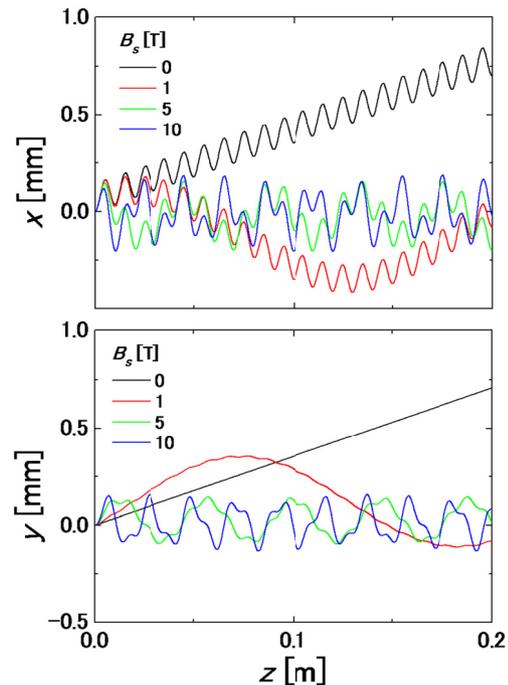


図 3:  $\theta = 0.005 \text{ rad}$  で入射した電子の軌道

### 3.2 アンジュレータ放射光

図に  $x = 0 \text{ mm}, y = 0 \text{ mm}, \theta = 0 \text{ rad}, \alpha = 0 \text{ rad}$  で入射した電子がアンジュレータ入口から 10 m 先の  $z$  軸上に放射する光の電界強度のスペクトルを示す。  $z$  軸に沿って入射した電子も  $z$ - $x$  平面での蛇行運動による  $x$  方向の速度成分によりサイクロトロン運動を始める。ソレノイド磁場が 0 T の時の基本波、三次高調波、五次高調波の波長はそれぞれ 17.0, 5.68, 3.41  $\mu\text{m}$  である。これらの値は、アンジュレータ放射光の波長  $\lambda_u$  の理論式

$$\lambda_u = \frac{\lambda_0}{2n\gamma^2} \left( 1 + \frac{K^2}{2} \right)$$

から求めた値と一致した。ここで、 $\lambda_0$  は周期、 $n$  は  $\gamma$  はローレンツ係数、 $K$  は偏向パラメータであり、アンジュレータ磁場と周期を用いて  $K = 93.34B_0\lambda_0$  で表される。ソレノイド磁場 1 T の場合には、理想的なアンジュレータでは  $z$  軸上では観測されない偶数次の成分が見られるが、基本波や高調波の波長や電界強度はあまり変化しない。5 T の場合には、整数次の高調波以外のピークが多く見られるようになり、波長が長波長側にシフトした。波長のシフトは基本波で  $1.5 \mu\text{m}$  である。これはサイクロトロン運動を行うことによって軌道が長くなったことによると考えられる。強度は 0 T と比較して、基本波で 80%、三次高調波で 46%、五次高調波で 32% と高次の成分ほど小さくなった。高調波を使う場合には問題となるが、基本波であればソレノイド磁場 5 T でも問題はない。10 T の場合には、基本波が  $8.2 \mu\text{m}$  シフトし、強度が 30% に下がり多くのピークが見られるようになった。これらの結果から、ソレノイド磁場が強くなると指数関数的に波長のシフトと強度の低下が起こることがわかった。

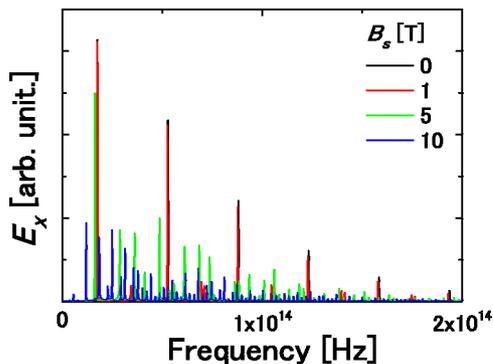


図 4: ソレノイド磁場とスペクトルの関係

#### 4. 結論

Bulk HTSC SAU 中での縦方向のソレノイド磁場が電子ビーム軌道に与える影響を明らかにするため、中心部の磁場分布モデルを用いて電子軌道を計算した。結果として、電子軌道は、主たる蛇行運動は  $x$ - $z$  平面に平行な面で行われるがそれに加えてソレノイド磁場に巻きつくようなサイクロトロン運動を行うことがわかった。またソレノイド磁場は強いほど収束力として働くが、軌道の角度も大きくなる。放射光のスペクトルはソレノイド磁場が大きいほど波長のシフト及び強度の低下が見られた。これらの結果から、ソレノイド磁場は電子ビームの通過を阻害せず、収束効果もあるが、最適な値は放射光まで計算して決める必要があることが明らかとなった。本研究では  $z$  軸に沿って入射した単一電子からの放射光のみを取り扱ったが、今後より正確に最適なソ

レノイド磁場を決めるにあたっては電子ビームからの放射光を計算する必要がある。

#### 参考文献

- [1] R. Kinjo, et al., “Bulk High-Tc Superconductor Staggered Array Undulator”, Proceedings of FEL 2008, 2008
- [2] 木村尚樹, et al., “高温超伝導バルク磁石を用いたスタガードアレイアンジュレータの端部磁場補正の計算と実験”, 本年会発表 TUPS78
- [3] J. D. Jackson, Classical Electrodynamics Third Edition, Wiley, 1998
- [4] 永原幸児, “高温超伝導バルク磁石を用いたスタガードアレイアンジュレータ中の電子軌道解析”, 京都大学工学部電気電子工学科学士論文