

クライオモジュールで発生する気柱振動に伴う熱輸送の防止

PREVENTION OF HEAT TRANSPORT ASSOCIATED WITH AIR COLUMN VIBRATION GENERATED IN CRYOMODULE

清水洋孝

Hiroataka Shimizu

High Energy Accelerator Research Organization (KEK)

Abstract

In SuperKEKB accelerator, particle acceleration is performed using a superconducting acceleration cavity, and the acceleration cavity is housed in a cryostat that can maintain an extremely low temperature environment called a cryomodule. In STF accelerator and cERL accelerator, since the cavity is cooled with 2 K superfluid helium, it is necessary to control the cooling at even lower temperatures. The control valves that perform coolant flow controls have a structure in which the cryogenic region and the room temperature region are connected by a valve stem, and unintended air column vibration may occur between the valve stem and its housing. In addition, the pipes installed to measure the pressure in the cryogenic part also have a structure that connects the cryogenic region and the room temperature region, and there is also the possibility of causing air column vibration. These vibrations, also called thermal vibration, have the property of efficiently transporting a large amount of heat from the room temperature side to the cryogenic region. On the other hand, the thermoacoustic theory suggests that the cooling mechanism using a pulse tube refrigerator can be understood from the pressure oscillation of the enclosed working fluid, and the heat is actively transferred from the low temperature side to the high temperature side. There is a certain similarity between the operation of devices that want to pump up a heat flow (cryocooler) and the phenomenon in which heat flows from the high temperature side to the low temperature side (air column vibration). In this research, by comparing the heat transport phenomenon caused by air column vibration and the cooling mechanism in the pulse tube refrigerator, we will examine the method to prevent unintended heat transport.

1. はじめに

SuperKEKB 加速器では 4 K 液体ヘリウムと、超伝導加速空洞を使った粒子加速が行なわれており、クライオモジュールと呼ばれる極低温環境を保持出来る容器の中に加速空洞を収めて運転を行う。STF 加速器や cERL 加速器では、2 K 超流動ヘリウムでの空洞の冷却を行う為、更に低い温度での寒冷の制御が必要になる。これらの制御を行う自動弁は、極低温領域と室温領域を弁棒で繋ぐ構造になっており、弁棒とその管体との隙間の空間において、意図しない気柱振動が発生する事がある。他にも極低温部分の圧力を測定する為に敷設された配管類も、極低温領域と室温領域を繋ぐ中空の構造になっており、やはり気柱振動を起こす可能性がある。この振動は、熱振動とも呼ばれ、室温側から大量の熱を効率的に極低温域に運ぶ性質があり、結果としてモジュール内の寒冷を無駄に消費する事で、加速器の運転に深刻な問題を引き起こす。Figure 1 に、KEK と FNAL で実際に見られた、熱振動による症例を示す。KEK の例 (1-a) では、熱交換器の試験評価装置の中で、極低温部の圧力を測定する為に敷設された配管の室温側に着霜が起っており、同時に液体ヘリウムの蒸発量で測定される侵入熱の評価値が急激に上昇していた事から、熱振動による低温端に向けた熱の輸送が起っていた事が確認された。FNAL で確認された症例 (1-b) はより深刻で、JT 膨張を制御する自動弁の駆動部分が氷で固着しており、作動出来ない状態になっている事が判る[1]。



Figure 1: Case samples of thermal oscillation in KEK and FNAL.

一方で、小型冷凍機の一つであるパルス管冷凍機を用いた冷却の仕組みは、封入した作業流体の圧力振動によって理解する事が出来る事が、熱音響理論によって示唆されている[2-4]。即ち、積極的に低温側から高温側に熱を汲み上げたい装置(小型冷凍機)の動作と、高温側から低温側に熱が流れ込んでしまう現象(気柱振動)には、一定の類似点が存在しており、一方では熱輸送の高効率化を目指して開発研究が積み重ねられ、他方では熱の流入が悪化しない事を目標とした装置の実装が行なわれている事が判る。この研究では、気柱振動による熱の輸送現象と、パルス管冷凍機での冷却の仕組みを対比して考察する事で、意図しない熱輸送を防止する方法について検討を行う。

#hirotaka@post.kek.jp

2. 配管内での作業流体の振動の取り扱い

ここでは作業流体が密閉された配管の中で、どのような動きをしているかについて、分類と検討を行う事で、以下の気柱振動による熱の輸送を考察する際の考え方について指針を与える。

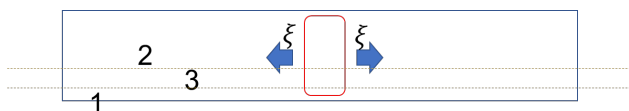


Figure 2: Oscillation model in a cylinder. Small volume part of the working fluid is vibrating with amplitude ξ .

Figure 2 に作業流体の振動の様子を示す。青色で囲まれた領域が作業流体が密閉された配管を表しており、その中の微小な体積素片を赤い枠で囲んだ領域で示す。この素片が振幅 ξ で振動すると考える。基本的な設定はこれだけであるが、これまでにパルス管冷凍機の効率化の研究で度々導入されてきた、配管内の領域の区分の方法をここでも利用する[5]。

図中1番で示される、管壁に一番近い領域では、作業流体が壁面と良く熱交換を行い、熱平衡状態を保っていると考えられる。ここでは簡単な為、管壁の温度も同様であると考えられる。この分類により、管壁近くの領域は常に等温的变化を行うとする。

図中2番で示される、流れの中央に当たる部分は、管壁との間に、十分な量の作業流体が介在しており、これらが緩衝材の役わりを果たす事で、熱交換を阻害する。つまり中央部分は常に断熱的な変化を行う事になる。

最後に図中3番で示される、等温領域と断熱領域の間に挟まれて存在する領域は、温度境界層と呼ばれ、作業流体と壁面から流入して来る熱とが平衡に達するまでに、有限の時間が必要となる領域である。この熱の伝達の効果が不可逆性を生じさせており、エントロピーが発生する原因になって居る。熱平衡に達するまでに有限の時間が必要な特徴が、これから議論する位相遅れの効果に似た働きをする事から、3番の領域を使った熱の輸送が原理的に可能である事が分かるが、不可逆性の特徴から示される様に、サイクルとしての効率が悪く、主要な熱輸送の形態にはならない。これは可逆なカルノーサイクルが、最も効率の良い熱機関である事からも判る。

ここでは、非常に一般的な状況設定として、十分に大きな内径の配管を最初に用意して、その中に発生する、3つの領域の分類を紹介したが、例えば逆に、配管内径が十分に小さい場合には、温度境界層によって塗り潰される事で、流れ中央の断熱的な領域が存在しない場合もある。更に作業流体の流路が狭い場合には、温度境界層も発生する事が出来ず、常に流体と壁面とが温度一定の関係を保つ状況になる事もある。

以上が配管の中の作業流体の位置による分類となるが、この分類とは別に、振動の仕方に関しての分類を併せて導入する。上で考えた体積素片の振動は、外部から加えられる圧力変動によって引き起こされる。この時、圧力の変動の周期と、体積素片の変位の周期の位相差について考える。これまでに行われてきた、音の伝搬に関する実験から、圧力変動と媒質の変位の間の位相差が無い場合が定在波に対応していて、これは共鳴管の

中に立つ音波が例として挙げられる。これに対して、圧力と変位の間の位相差が90度となる場合、波は進行波として伝搬して、これは自由空間中を伝わる通常の音に対応する。

ここまで用意した、配管内の異なる3種類の領域の分類と、定在波及び進行波の組み合わせの中から、気柱振動による熱の輸送に対応する組を以下で検討する。

3. 熱の輸送を引き起こす組み合わせ

熱の輸送される仕組みについて、圧力 P とそれに伴う変位 ξ の関係に注目する事で考える。振動の各振動数を ω とすると、圧力の変動とそれに伴う変位は、下の様に書ける。

$$P = p_0 e^{i\omega t}$$

$$\xi = \xi_0 e^{i(\omega t - \theta)}$$

ここで変位の位相に含まれる θ が圧力変動からの位相遅れを表している。今は位相遅れとして90度を仮定しているので、表式の実部だけを取り出せば、

$$P = P_0 \cos \omega t$$

$$\xi = \xi_0 \cos(\omega t - \pi/2) = \xi_0 \sin \omega t$$

となる。この圧力と変位の関係を、 P - ξ 平面上に図示して見ると下の様な Fig. 3 が得られる。

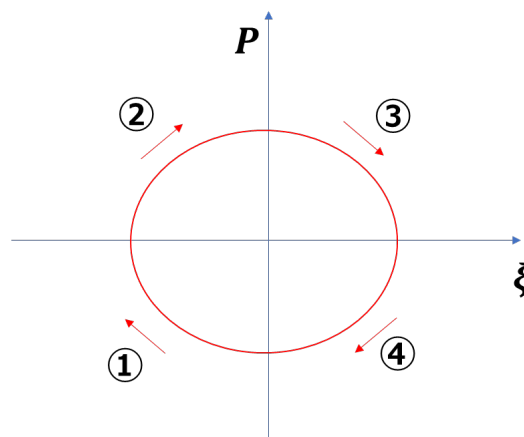


Figure 3: Time evolution of P - ξ contour. Rotating direction is fixed.

この時点で、サイクルの回転方向が既に決まっており、 P - ξ 平面上に楕円が描かれる事がわかる。この楕円の持つ意味を分かり易くする為、下の図の様な変形を行う。この変形は、熱の輸送に関する理解を助ける為に行うものであって、実際のサイクルが変形を受ける訳では無いが、議論の本質を乱す物では無い。

Figure 4 として、軌道を変形した図を載せる。この図を参考に、それぞれの過程について詳しく意味を考える。①から②に向かう過程では、変位が1ヵ所に留まった状態で、系の圧力が負から正に向かって増加する様子が描かれている。今考えている条件では、作業流体は常に

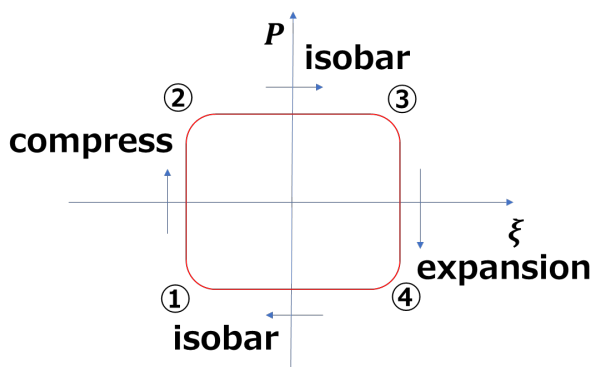


Figure 4: Modified contour on P - ξ plane. Each straight part shows corresponding thermodynamic processes.

管壁と等温的に熱交換を行うと言う設定なので、等温的に圧力上昇を受ける過程となり、これは作業流体から外の熱浴に向かって、熱を吐き出す過程を表している。②から③への移動は、圧力が一定の値を保った状態での場所の移動を表している。③から④への過程は、先程の①から②への過程の逆の反応が起こる。つまり、系の温度を一定に保ったまま、圧力が正から負に向かう事で、熱浴から熱を奪い取る過程を表している。最後に④から①に向かって、圧力一定の移動を行う事で、最初の状態①に作業流体は戻る。以降、このサイクルを繰り返す事になる。

Figure 4 で説明した過程を、実際の配管内での体積素片の振動の様子に重ねて描く事で、より状況は分かり易くなる。Figure 5 にその様子を示す。

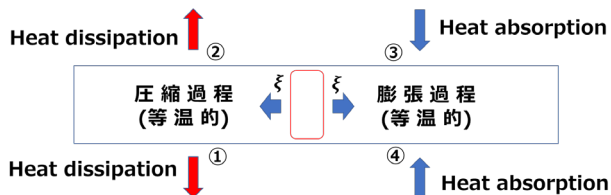


Figure 5: Oscillation model in isothermal condition. Associated heat flows are also drawn.

注目している体積素片の振動の両端で、熱の吸収と発散が起こっている様子がわかる。繰り返しになるが、今考えている条件は、作業流体と壁面の熱交換が非常に活発で、両者が常に同じ温度を維持していると言う仮定が入っている。この条件は決して自動的に保証される訳では無く、達成する様に、設定を整える必要がある。実際のパルス管冷凍機では、蓄冷器やスタックと呼ばれる金属製の熱交換器を用意して、作業流体の流路をわざと狭める事で、壁面と流体との熱交換を促す工夫をしている。即ち、蓄冷器が挿入されて、等温的变化が保証されている区間では、上で説明した熱の移動がそれぞれの場所で起こっていると考えられるので、総体としては、蓄冷器の一方の端で吸熱が、もう一方の端で放熱が行なわれると考えられる。放熱が行なわれる領域で上手く除熱してやる事で、吸熱端を冷凍機のコールドヘッドとして利用する事が出来る。更に極低温環境下でもある程度

の比熱を保てる特殊な磁性体を蓄冷器として用いる事で、パルス管冷凍機がその機能を発揮している[6]。

ここ迄は、幾つかある可能性の中から、等温的条件を満たす進行波が伝わる場合に付いて、詳しく熱の移動の様子について検討して来た。他の組み合わせの場合に関しても、併せて考察して見る。作業流体の流れに対して、断熱的な条件が成り立つ場合、そもそも流体に壁面からの熱が届かず、同様に流体の熱が管壁に到達出来ないで、流体の振動によって、熱が移送される事は期待出来ない。不可逆的な過程が起こる温度境界層の場合も、効率的な熱の移送が達成出来ない事から、気柱振動での熱の位相を担う主要な過程にはならないと考えられる。では定在波と等温的な条件が達成された場合、位相遅れが0となる条件から、圧力振動と変位振動が、同位相で発生する。

$$P = p_0 e^{i\omega t}$$

$$\xi = \xi_0 e^{i\omega t}$$

この場合、 P - ξ 平面内に描かれる軌跡は、先程の楕円とは異なり、単振動する線分となる。熱力学のサイクルでは、圧力と体積で示される P - V 平面上の閉曲線で示される面積が、サイクルによって為される仕事を表している。実際等温的且つ進行波の組み合わせでは、閉曲線で囲まれる面積に従った量の熱の移動が起こる事が示された。しかし今考えている等温的且つ定在波の場合には、行きと帰りの線分が同じ軌道上をなぞる事になり、面積を持たない。即ち、サイクルから仕事を取り出せない事を示している。事情が複雑になるが、定在波が温度境界層に立つ場合には、温度境界層内での温度の均一化に要する有限な時間が、あたかも位相遅れの因子と同じ働きをする事で、定在波成分が進行波成分の様な効果を持つ為、熱の移動が可能となる。しかし何度も繰り返している様に、この過程は非可逆な過程であり、熱(仕事)の散逸が大きく、効率的な熱の移送は行われぬ点から、気柱振動での熱の担い手としての候補の過程からは除外して考える事にする。

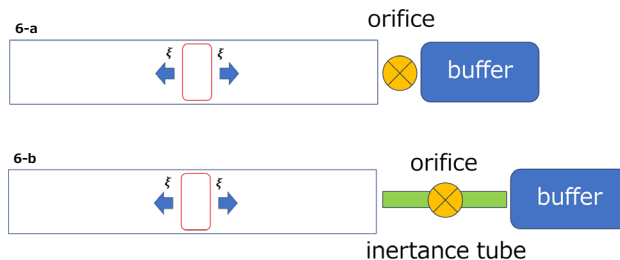


Figure 6: Schematics of pulse tube cryocoolers with a) orifice and buffer tank type. b) inertance tube inserted.

ここまで進めて来た検討から、何通りかある組み合わせの中で、大きな熱の移送を引き起こす可能性を持つものは、実は進行波成分が等温的に伝搬する場合に限られる事が解った。実際のパルス管冷凍機では、この組み合わせの実装が容易では無く、冷凍機の温度が下から

ない事から、実用化には時間がかかった。先行して開発された GM 冷凍機では、作業流体を強制的に循環させる為のディスプレイサが実装されていたが、これを作業流体の圧力振動によって置き換える試みから始まった為、封入されている筒はただの共鳴管の様な構造で、定在波成分しか誘起されなかった事が原因である。この問題を解決したのは、Fig. 6 に示した様な、緩衝容器を追加した構造の採用による。緩衝容器と調整弁を用いて、変位の位相遅れを調整出来る自由度が備わった事で、圧縮機から供給される圧力変動のエネルギーを、進行波成分に振り分ける事が可能となり、効率的な熱の輸送が初めて可能となった。以下では、これらの現実的なパルス管冷凍機の構造を参考にしながら、位相制御を行う事によって、熱の輸送がどの様に影響を受けるかについて検討を進める。

4. 位相制御による熱輸送の制御

液化されたヘリウム液面に、細い管を近づける事で、室温側で大きな圧力変動を感じる事が出来、これを液面計として利用する事が出来る[7]。この振動がどの様に配管の中で成長するかについては、一応の説明が為されている[8]。しかし、振動の種が何であって、どうして振動が始まるかに関しては、詳しい説明は為されて居ない。熱振動が起り易い条件についても詳しく研究が行われており[9]、実験的にもこれらの結果が支持されている[10]。ここでは熱振動による熱の移送は、本質的にパルス管冷凍機の位相最適化と同等の調整が偶然に起こった結果であると仮定し、この位相最適化の条件を避ける事で、意図しない熱の輸送を阻害する事を目的とする。上で議論を行ってきたように、緩衝容器と調整弁を備えたパルス管冷凍機は、これらの付属機器を、蓄電器及び抵抗器と捉える事で、RC 交流回路と読み直す事が出来る[11]。同様に、緩衝容器とパルス管本体の間に、遅延路を挿入した装置は、遅延路をインダクタと捉える事で、LCR 交流回路と読み直す事が出来る。ここでは熱振動の発生を交流回路との類似性を頼りに解析する事を目標とし、その為に必要な準備を最初に行う。

これまで議論して来た様に、圧力 P による作業流体の振動 ξ を考える。圧力 P は交流回路に発生する電圧 V に対応する。作業流体の流速は、

$$u = \partial \xi / \partial t = i\omega \xi$$

と表す事が出来るので、 $\xi = u/i\omega$ と書ける。流速に配管の断面積 A をかけたものが、体積流量 Au に相当し、これが交流回路を流れる電流 I に対応すると考える。つまり $A\xi = I/i\omega$ が得られる。この時圧力変動と変位振動の位相差は、電圧と電流の位相差と関係が付き、

$$\frac{I/i\omega}{V} \propto \exp(-i\theta)$$

と求まる。これまでの議論から、この θ が 0 に等しい時に変位振動は定在波成分となり、90度 に等しい時には、進行波成分となり熱を輸送する事になる。体積圧縮率の定義から、 κ を圧縮率として、

$$\frac{dV}{V_0} = -\kappa dp$$

が得られる。流体 V_0 を圧縮した際に流体に蓄えられるエネルギーは、

$$\int p dV = -\kappa V_0 \int p dp = -\frac{1}{2} \kappa V_0 p^2$$

他方電気容量 C の蓄電器に蓄えられる静電エネルギーは $CV^2/2$ と表されるので、両者の対比を考えると、圧縮率と初期体積の積 κV_0 が静電容量 C に対応する。

配管の断面積を A 、流路長さを l とすると、管の中の流体の運動エネルギーは、流体の密度を ρ として、

$$\frac{1}{2} \rho A l u^2 = \frac{1}{2} \rho l / A \times (A u)^2$$

と表される。インダクタンス L の導体を流れる電流の作る静磁場のエネルギーは、 $LI^2/2$ と書けるので、インダクタンス L に相当する値は、 $\rho l / A$ である事がわかる。

最後に電気回路の抵抗に相当する量を、運動エネルギーの散逸量との対比で求める。電気抵抗 R がある回路での発熱量は、 RI^2 で与えられる。この量は電流と電圧の積としても求められるので、対応する流速の振動と圧力の振動の積を計算して見る。

$$\int_0^L A u \nabla p dl = A u \frac{\Delta P}{L} L$$

基本的な考え方は、電流に相当する流体の早さと、その振幅区間での圧力の変動 ∇p をかけ合わせ、考えている配管長さ L にわたって積分している。圧力勾配は一定に生じていると仮定すると、配管全体にわたる圧力の変動は上流の圧力と下流の圧力の差 (ΔP) を配管長さで除した量に等しいので、結果として $Au\Delta P$ と言う量が得られる。ここで円管内に流れる層流を扱う Hagen-Poiseuille 流れを仮定すると、配管内の圧力損失は、

$$\Delta P = \frac{8\mu L A u}{\pi R^4}$$

と書ける。この量を用いてエネルギー散逸の表式を書き直すと、

$$A u \Delta P = \frac{8\pi\mu L}{A^2} (A u)^2$$

と求まり、抵抗値に相当する量が、 $8\pi\mu L/A^2$ である事がわかる。ここまでの検討で、電気回路との類推に必要な量が全て流体に関係する物理量で書き直されたので、実際の交流回路に即して検討を進める。

Figure 6-a で示される様な、RC 直列回路の場合、交流回路の合成インピーダンスは、

$$Z = R + \frac{1}{i\omega C}$$

と表される。我々の興味のある位相差の因子は、インピーダンスの逆数から、 $i\omega$ を取り除いた物であるから、

$$\frac{1/i\omega}{V} = \frac{C}{1 + i\omega CR}$$

が得られる。 $\omega CR \gg 1$ を満たす場合、分母の虚部が支配的となり、全体として $-i/\omega R$ に等しくなる。分母の ωR は実数係数を表しているが、分子の $-i$ の意味が重要となる。これは 90 度の位相遅れを表わしており、 $\omega CR \gg 1$ の条件が満たされる時、進行波成分が支配的となり、熱の移送が活発に行われる事を意味している。これを防ぐために、逆の条件が成り立つ場合に注目する。即ち $\omega CR \ll 1$ が成り立つ様な条件を整える事が重要となる。この条件を当て嵌めると、分母の実数成分が支配的となり、位相遅れの因子が静電容量に比例する結果となる。静電容量は実数の物理量なので、この因子は虚数成分を持たない、即ち位相遅れを表わす角度が 0 度である事を示しており、確かに定在波成分に対応する寄与が残る事を示している。 $\omega CR \ll 1$ の表す物理的な意味をもう少し検討する。実際の熱振動の角振動数は、低温と高温の温度分布を含めた、最終的な装置の形状によって決まる量なので、予め小さく制御する事は出来ない。となると、静電容量や抵抗に対応する値を小さくする事が求められている事が判るが、実は今考えている RC 直列回路ではこれは当たり前を示しており、パルス管だけでは定在波成分しか誘起出来なかった反省を踏まえて、外付けの緩衝容器と調整弁を設けた歴史的経緯に逆行して、再びパルス管のみの実装に戻せば熱の輸送効率を落とす事が出来る事を示している。抵抗成分を減らすには配管長さを短く、粘性の影響を避けたい場合は、配管の内径を大きくする事が有効で、静電容量成分を小さく抑えるには、作業流体が封入されている空間体積を小さく絞る事が有効である事が示唆されている。

次に更に考えを進めて、より一般的な遅延路を備えた LCR 直列回路の例について考える。LCR 直列回路の場合、合成インピーダンスの逆数は、

$$\frac{1}{Z} = \frac{1}{R + i(\omega L - \frac{1}{\omega C})}$$

と得られるので、位相遅れの因子は、

$$\frac{1/i\omega}{V} = \frac{C}{1 - \omega^2 LC + i\omega CR}$$

と表される。回路が発振する条件は、 $\omega^2 = 1/LC$ と与えられ、この条件を満たす時は、実は RC 回路の進行波成分が残る条件と同じである事が判る。回路を共振させる様な条件を整えると、非常に効率的な熱の輸送が実現する事が示され、熱振動が一種の共鳴現象である事が判る。逆に、熱振動による熱の輸送を阻害したい場合は、

系の設定を共鳴条件から少しでも外せば良い事になる。熱振動が見付かった際に、対処療法的に行っている、配管への詰め物や作業流体が封入されている空間体積を少し変更する試みは、正に LCR 回路の共振の条件を外す試みに対応していた事が判る。

5. まとめ

熱振動に伴う意図しない熱の輸送を抑える事を目的として、パルス管冷凍機の冷却効率を高めるために行われてきた研究手法を参考にして、熱の輸送効率が最適化される条件を求め、それを回避する方法を検討した。熱振動による意図しない熱の輸送と、パルス管冷凍機による熱の汲み出しが、作業流体の振動を利用した同じ現象を違った立場から見たものであるとの認識から、両者に同じ解析手法が適用出来ると考えた。

解析の結果得られた RC 回路の例で示唆される様な、配管長さを短くしたり、内径を大きくしたりする変更は、装置が組み上がった後では一般に著しく難しい。対処療法的に行える手段は、詰め物をする事で配管径を細くする事、詰め物によって実効的な封入体積を小さくする事が一般的である。純粋な RC 回路が実現されている場合、これらの手段では熱振動の減衰が難しいはずであるが、これまでの多くの事例が示す様に、ほんの少し配管径を細くする事などが、劇的に熱振動の発症を抑えている実績があり、この事からも実効的には LCR 発振回路が実現していると考えて良く、共振条件を崩す様な変更を加える事が、有効な手段である事がわかる。

参考文献

- [1] B. J. Hansen *et al.*, "Effects of thermal acoustic oscillations on LCLS-II cryomodule testing", 2017 IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng. 278 012188.
- [2] Y. Matsubara, "Pulse Tube Refrigerator", 日本冷凍空調学会論文集 1994 年 11 巻 2 号 p. 89-99.
- [3] A. Tominaga, "熱音響現象の理解とその応用", 日本物理学会誌 Vol. 55, No. 5, 2000.
- [4] A. Tominaga, "熱音響工学の基礎", 内田老鶴圃.
- [5] M. Yanai, "Pulse-Tube Refrigerator", 低温工学 1968 年 3 巻 5 号 p. 201-207.
- [6] H. Ogiwara, "低温工学概論", 東京電機大学出版局.
- [7] K.W. Taconis, J.J.M. Beenaker, A.O.C. Nier and L.T. Aldrick, "Measurements Concerning the Vapor-Liquid Equilibrium of Solutions of He³ in He⁴ below 2.19°K", Phys. Rev. 75, 1966.
- [8] R.J. Christie and J.W. Hartwig, "Thermal acoustic oscillation: Causes, Detection, Analysis, and Prevention", Lecture note of thermal & fluids analysis workshop TFAWS 2014.
- [9] N. Rott, "Damped and Thermally Driven Acoustic Oscillations", Z. angew. Math. Phys. 20, 230 (1969).
- [10] T. Yazaki, A. Tominaga and Y. Narahara, "Experiments on thermally driven acoustic oscillations of gaseous helium", Journal of Low Temperature Physics 41 (1980) 45.
- [11] R. Radebaugh, M. Lewis and E. Luo, "Inertance tube optimization for pulse tube refrigerators", Advances in Cryogenic Engineering 51 (2006) pp 59-67.