

空間電荷効果によるエミッタンス低減現象を活かした電子銃システムの設計 ELECTRON INJECTOR DESIGN BASED ON EMITTANCE REDUCTIONS CAUSED BY SPACE CHARGE EFFECTS

水野明彦*

Akihiko Mizuno*

Japan Synchrotron Radiation Research Institute (JASRI)

Abstract

In the electron injectors, the emittance is usually defined as an rms emittance. It can vary since the rms emittance is different from a constant volume of the Liouville's theorem. The emittance growth caused by the space charge effects is widely known. In the same manner, it can be reduced by the space charge effects and the authors have been reported the mechanisms [1]. The emittance increases rapidly at the vicinity of the cathode, then decreases caused by the particular nonlinearity in r - r' phase space which is produced by the space charge effects and shows minimum value. After that, it starts to increase again. In the previous paper, the authors discussed only the coasting beam after the cathode. However, focusing devices and acceleration devices are required in the practical injector. The emittance is oscillating in the focusing devices and can varies according to where the position of the entrance of the accelerator structure is. In this paper, I demonstrate the possibility of a low emittance injector design based on the emittance reduction mechanisms including the focusing and the acceleration devices after the cathode.

1. はじめに

線型加速器においては、エミッタンスの定義として rms エミッタンスがよく用いられる。これはリウヴィルの体積とは異なるので不変量ではない。実際、空間電荷効果によって rms エミッタンスが増大することは広く認識されているが、同じく空間電荷効果によって rms エミッタンスが減少することもある。Figure 1 に、カソード直後でエミッタンスが減少する計算例を示す。

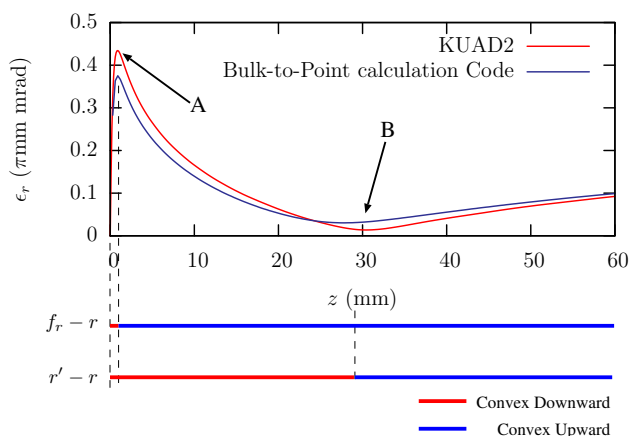


Figure 1: Examples of the emittance reduction for an ideal DC-accelerated continuous beam.

この例は、理想的な平面カソードから、 $\phi 2$ mm で一様に電荷分布をした初期エミッタンス 0 mrad の連続ビームを、一様電場 5 MV/m で引き出し、その電場で加速し続けたものである。引き出し電流は、40 A/cm² である。カソード鏡像効果を考慮している。規格化 rms エミッタンスは、式 (1) のようにある位置 z を通過した粒子のパラメータを積算することに依って算出したもの

* mizuno@spring8.or.jp

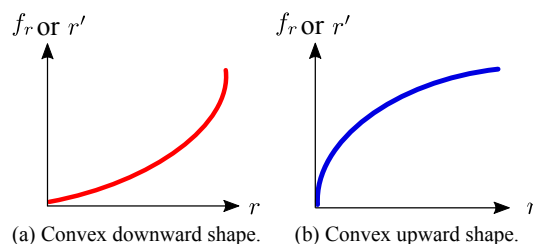


Figure 2: Radial momentum and radial force as a function of r . Two shape patterns which are convex downward and convex upward are illustrated.

で、時間を固定してバンチ全体の期待値より求めた投影エミッタンスとは異なり、スライスエミッタンスの定義に近いものである。

$$\epsilon_r(z) = \sqrt{\langle r^2 \rangle_z \langle (\gamma\beta r')^2 \rangle_z - \langle \gamma\beta r r' \rangle_z^2} \quad (1)$$

ビームがカソードから引き出されたのち、Fig. 1 の A 点までエミッタンスが急激に上昇する。この時、カソード鏡像効果、および空間電荷効果に伴う非線形電場によって、ビーム外縁部に大きな r 方向発散力が与えられる。電子に対し r 方向に働く力を f_r とすると、この場合、 f_r の r 方向分布が Fig. 2a のように下に凸となる。これに伴い、 r - r' 空間でも、 r' の r 方向分布が下に凸となる。A 点を過ぎると、空間電荷効果によりビームが r 方向に拡散されるのに伴い、 f_r は Fig. 2b に示すような上に凸の分布に変化する。しかし、 r - r' 空間分布は下に凸の分布を維持している。このように、 f_r と r' の r 方向分布の凸の方向が異なる場合、エミッタンスが減少する。エミッタンスが最小値を示す B 点を過ぎると、A 点から上に凸の f_r を受け続けていたために、 r - r' 空間分布も上に凸に変化し、凸の方向が同じになる。このた

め、B 点以降はエミッタンスが増大に転じる。Figure 1 の下部に、 f_r と r' の r 方向分布の変化の様子を、赤線、青線で示した。詳しいメカニズムについては、著者等の論文 [1] を参照して頂きたい。

本計算例については、[2] において詳しい解析が行われている。なお、Figure 1 に示すエミッタンスの低減は高精度の計算が必要で、論文 [1] を出版した時点では、手元にあるコードの内では KUAD2 [3] のみでしか計算できなかった。その後、著者が新たに開発した、Bulk-to-Point calculation Code [4] でも計算できるようになり、計算結果の信頼性が確保されつつある。

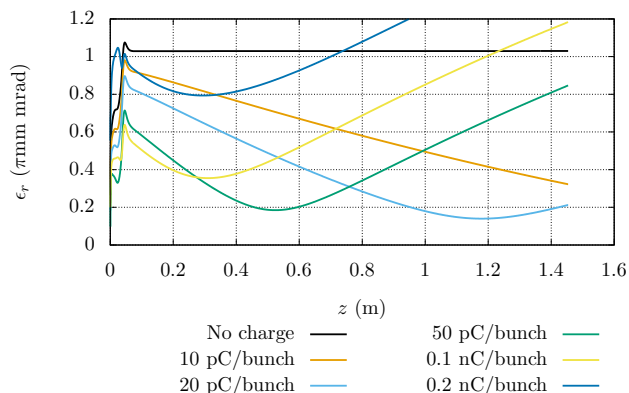


Figure 3: Examples of the emittance reduction for a pulsed beam of the SPring-8 rf gun cavity.

Table 1: Parameters Used in Calculations for the SPring-8 rf Gun Cavity

Laser width	20 ps uniform
Laser spot size	$\phi 1.2$ mm uniform
Maximum electric field on cathode surface	157.0 MV/m
Beam energy at exit of cavity	3.6 MeV
Initial rf phase	$\sin 5^\circ$
Initial emittance	0 mrad

パルスビームについてもエミッタンスの低減が見られる。Figure 3 に、SPring-8 の S バンド rf 電子銃空洞直後のエミッタンスの低減について示す。著者の開発した Multiple Beam Envelope Equations [5] でトラッキングしたものである。rf 電子銃空洞 [6] は $z=0\sim 75$ mm の範囲にあり、カソード鏡像効果を考慮した計算を行っている。計算パラメーターを Table 1 に示す。空洞から出た後は、フリースペースを $z=1.4$ m までトラッキングしている。連続ビームの場合とは異なり、規格化 rms エミッタンスはバンチ全体の投影エミッタンス、すなわち時間を固定して期待値を計算しており、以下のように定義している。

$$\epsilon_r(\langle z \rangle_t) = \langle \gamma \rangle_t \langle \beta \rangle_t \sqrt{\langle r^2 \rangle_t \langle r'^2 \rangle_t - \langle r \cdot r' \rangle_t^2} \quad (2)$$

投影エミッタンスの低減は、バンチ内各スライスエ

ミッタンスの位相空間プロットの r 軸に対する角度が時間とともに異なった変化をするために起こることがある。これに対し Fig. 3 では、空間電荷効果を考慮しない場合、空洞を出た後のエミッタンスが一定値を示している。これは、各スライスエミッタンスの r 軸に対する角度が時間に依って変化していないことを示しており、空間電荷効果を考慮した場合でもほぼ当てはまる。したがって、rf 電子銃空洞出口以降、パルスビーム内の各スライスエミッタンスが空間電荷効果によって一旦減少している筈である。

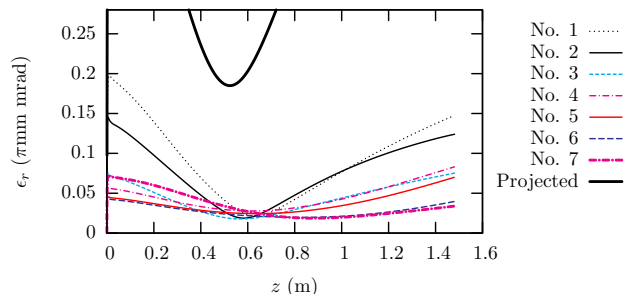


Figure 4: Reductions of each slice emittance of the SPring-8 rf gun cavity with charge of 50 pC/bunch.

Figure 4 に、Fig. 3 に示した計算結果の内、50 pC/bunch の場合について、バンチ内各スライスエミッタンスの振舞を示す。No.1 がバンチ先頭であり、No.7 が後方である。実際に各スライスエミッタンスが減少しており、最小を示す z 方向位置はほぼ一致している。これに応じて、投影エミッタンスもほぼ同じ位置で最小値を示している。

なお、このシミュレーションは $r-z$ の 2 次元で行っているが、電子銃空洞電磁場は軸対称空洞を仮定して MAFIA で計算を行っている。空洞の B_θ は $J_1(\frac{\omega r}{c})$ の関数となり、ビーム軸近傍でも r に対し僅かに非線形である。空間電荷を考慮していない場合のエミッタンスが値を持っているのは、各スライスエミッタンスの r 軸に対する角度が異なっているためでもあるが、 B_θ の非線形性により、各スライスエミッタンスが $r-r'$ 空間で上に凸となっていることの方が大きい。空間電荷を考慮した計算においては、空洞の B_θ による僅かな $r-r'$ 空間での歪みさえも空間電荷効果により補正された結果、空間電荷を考慮しない場合よりもエミッタンスが小さくなっていると考えられる。

エミッタンスは、電荷量が多い、すなわち空間電荷効果が強く働くほど急減に減少し、エミッタンス最小点がカソード寄りとなる。ただし、最小点でのエミッタンスの値は、空間電荷効果が強く働くほど大きい傾向にある。

2. ソレノイドコイルによるビームフォーカスとエミッタンスの減少

実際の加速器では電子銃以降に様々なデバイスが置かれる。ここでは、ソレノイドコイルによるビームフォーカスがエミッタンスに与える影響について考察する。

Figure 5 に、Fig. 1 と同一条件のカソードから連続で引き出したビームに対し、 $z=20$ mm に位置するソレノ

イドコイルでビームを集束した場合のエミッタンスとビームサイズの振舞いを示す。ビームを集束した以降でエミッタンスが増減を繰り返しているのが分かる。

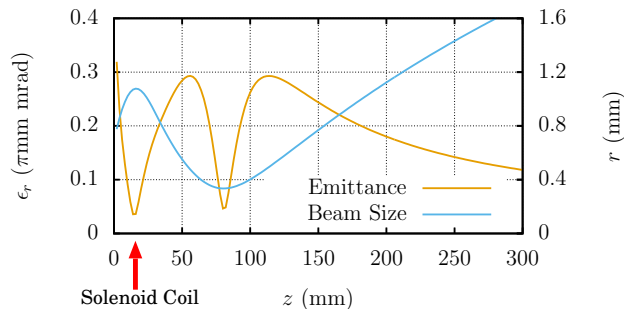


Figure 5: Emittance reduction using a solenoid coil for an ideal DC-accelerated beam.

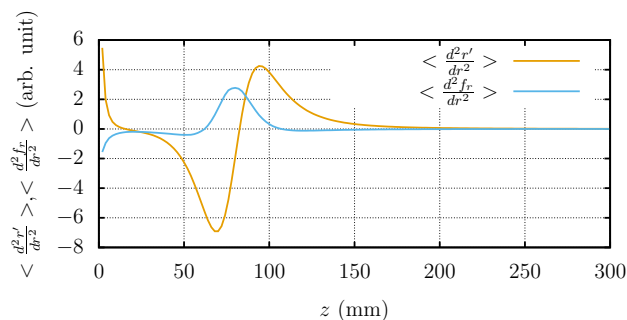


Figure 6: Behaviors of $\langle \frac{d^2 f_r}{dr^2} \rangle$ and $\langle \frac{d^2 r'}{dr^2} \rangle$ for the calculation shown in Fig. 5.

エミッタンスが増減を繰り返すのは、ビーム集束によって r 方向の電荷分布が変化し、それにより f_r の r 方向分布の凸の方向が変化するためと考えられる。Figure 6 に、 $\frac{d^2 f_r}{dr^2}$ および $\frac{d^2 r'}{dr^2}$ の r に関する期待値の振舞いを示す。2階微分係数が正の場合、 r 方向分布が下に凸 (Fig. 2a) に相当し、負の場合は上に凸 (Fig. 2b) に相当する。 $z = 80$ mm 付近のビーム集束点前後では、ビーム集束に伴って $\frac{d^2 f_r}{dr^2}$ が大きく変化しており、それを追うように $\frac{d^2 r'}{dr^2}$ が変化している。

エミッタンスの増減は、 f_r と r' の2階微分係数の正負のみに依存する。Figure 7 に、2階微分係数の期待値が正の場合は1、負の場合は-1として、エミッタンスとともに示した。 f_r の分布がまず変化し、それを追うように r' の分布が変化する。それに伴って、 f_r と r' の r 方向分布の凸の方向が同一になる区間と反対になる区間が生じる。それぞれの区間で、エミッタンスが増加し、また、減少していることが分かる。 $z = 100$ mm 以降、 f_r は凸の方向が反転するものの r' は反転に至っていないため、エミッタンスは減少を続けている。これは、この計算ではビームを5 MV/m で加速し続けており、エネルギーが高くなった場所において r - r' 空間分布が反転しにくくなっているためである。

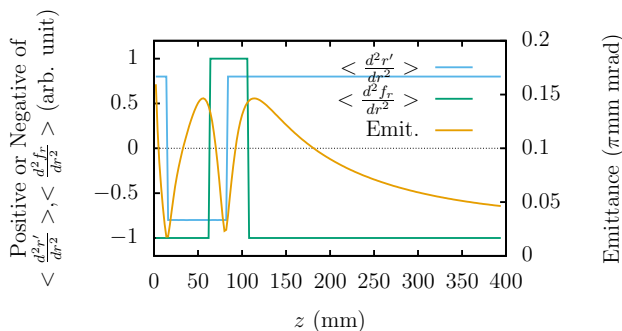


Figure 7: Behavior of emittance for the calculation shown in Fig. 5 along with normalized $\langle \frac{d^2 f_r}{dr^2} \rangle$ and $\langle \frac{d^2 r'}{dr^2} \rangle$.

3. RF 電子銃による電子銃システムの設計

rf 電子銃空洞を用いた電子銃システムでは、空洞の B_θ により空洞出口で必ずビームが拡がるため、ソレノイドコイル等を用いてビームを集束する必要がある。したがって、これを用いてエミッタンス低減システムを実現できる可能性がある。

3.1 ソレノイドコイルによるビーム集束

Figure 3 の計算例では、ソレノイドコイルでのビーム集束が無くても十分にエミッタンスが減少しているが、ここではソレノイドコイルを用いて後段の加速管の位置でエミッタンスが小さくなるよう、調整する。Fig. 3 での初期条件の内、初期パンチ長と初期ビーム直径を、それぞれ 20 ps、 $\phi 1.2$ mm から 9 ps、 $\phi 1.4$ mm に変更し、電荷量は 50 pC/bunch とした場合のエミッタンスとビームサイズを、Fig. 8 に示す。rf 電子銃空洞直後でエミッタンスは僅かに減少するものの、空間電荷効果が強くなったために、すぐに r - r' 空間分布が上に凸に反転してしまい、エミッタンスは増加する。

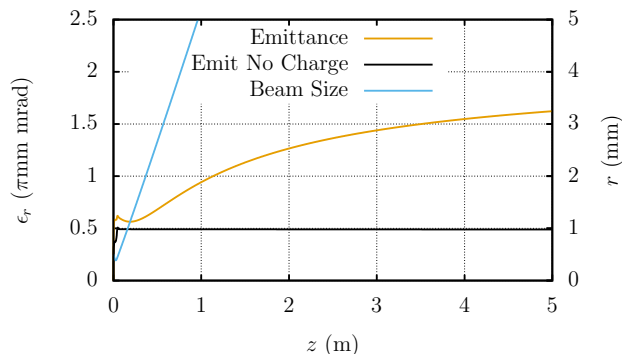


Figure 8: Emittance behavior for the SPring-8 rf gun cavity with different initial parameters from those of Fig. 3.

Figure 8 の計算に対し、rf 電子銃空洞後にソレノイドコイルを加えてビームを集束すると、Fig. 9 のように、エミッタンスが一旦減少し、最小値を示した後、増加する。エミッタンスの最小値は、空間電荷効果を考慮しない場合よりも小さくなる。

Figure 10 に、ソレノイドコイルの磁場強度を変化させた時のエミッタンスの振舞いを示した。Figure 9 の場合

は Case 2 に相当し、Case 3 が最も磁場強度が強い。磁場強度によって、エミッタンス最小値が変化すると共に最小値を示す z 方向位置も変化するので、後段加速管の位置によって最適な強度を選ぶことが可能である。

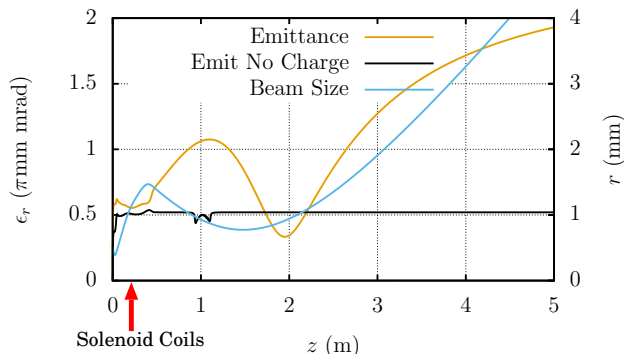


Figure 9: Emittance reduction using a solenoid coil for the SPring-8 rfgun cavity.

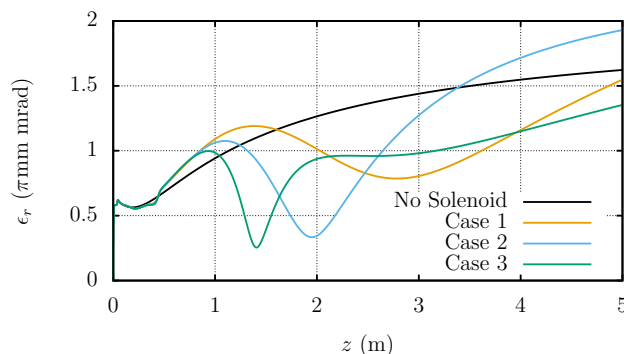


Figure 10: Emittance reductions for the SPring-8 rfgun cavity with various fields of solenoid coils.

3.2 加速管の位置

Figure 9 の計算例において、ソレノイドコイルの後方に 3 m 長の S バンド進行波型加速管を設置し、ビームを加速した場合のエミッタンスを考察する。ビームエネルギーは、加速管入口において 3.6 MeV、出口において 30.0 MeV とする。Figure 11 に、加速管出口におけるエミッタンスの、加速管設置位置に対する依存性を示す。この例では、加速管の入口が、 $z = 1.525$ m の場合にエミッタンスが最小となる。

Figure 12 に、加速管入口が $z = 1.525$ m に位置する場合のエミッタンスの時間発展を示す。通常の電子銃システムデザインでは、ソレノイドコイル等の集束系を用いることによって、rf 電子銃空洞を出た後のパンチ内の各スライスエミッタンスの位相空間上の傾きを揃え、投影エミッタンスを加速管入口で最小にし、そのまま加速することによってエミッタンスの増大を抑える方法をとる。これに対し、Fig. 12 では、加速管入口においてエミッタンスは減少している最中である。

本論文で扱うエミッタンス低減現象が従来のビーム集束系によるエミッタンス補償と大きく異なるのは、空間電荷効果によって低減が起こることである。加速管

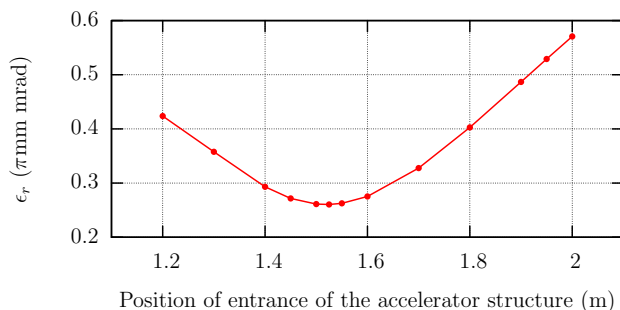


Figure 11: Emittance at the exit of the accelerator structure as a function of the entrance position of the accelerator structure.

入口では、エミッタンスが低減している最中であるが、この時、 $r-r'$ 空間では分布が下に凸になっているのに対し、 f_r の r 依存性は上に凸となっている。加速管を用いない場合は、黒線で示すように、空間電荷効果によって直ぐに $r-r'$ 空間分布が上に凸に反転してしまうため、エミッタンスは上昇に転ずるが、加速管で加速した場合、空間電荷効果が相対的に弱くなるので、 $r-r'$ 空間分布が上に凸に反転するのが遅れる。また、この例では、反転した時点において十分にエネルギーが高くなっており、その後エミッタンスが大きく上昇することが無い。このため、この例では、加速管後において 0.26 $\pi\text{mm}\cdot\text{mrad}$ と、空間電荷効果を考慮しない場合と比較しても大幅に小さなエミッタンスを実現している。

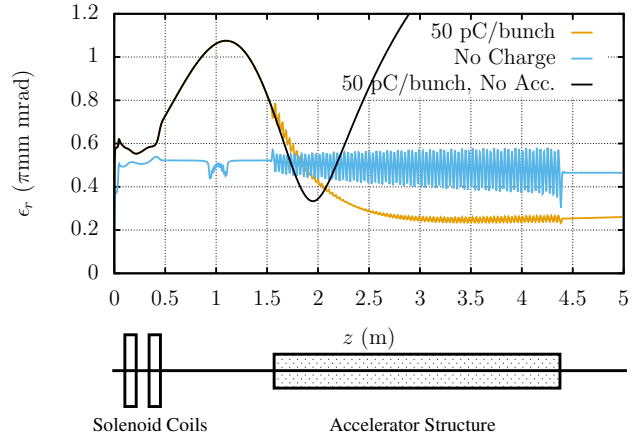


Figure 12: Emittance reduction for the SPring-8 rfgun injector which consists of the rfgun cavity, the solenoid coils and the accelerator structure. The entrance position of the accelerator structure is $z = 1.525$ m.

Figure 13 に、加速管の位置を変化させた場合のエミッタンスの時間発展を示す。加速しない場合は $z = 1.95$ m でエミッタンスが最小となるが、その位置に加速管入口を置いた場合は、加速管内でエミッタンスが増加してしまう。これは、 $z = 1.95$ m 以降は $r-r'$ 空間分布が上に凸に反転してしまいエミッタンス増加の区間になってしまうが、加速管前半部においてはビームエネルギーが低く、エミッタンスの増加を止めることが出来ないためである。もっと手前の $z = 1.3$ m に入口を置

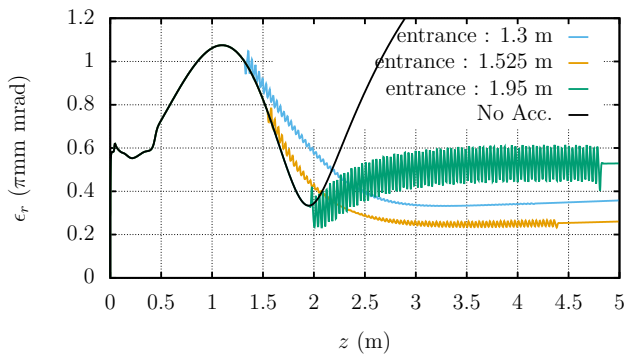


Figure 13: Emittance reductions for the SPring-8 rf gun injector with various entrance positions of the accelerator structure.

いた場合は、 r - r' 空間分布が反転する前にビームエネルギーが十分高くなり、エミッタンスが最小値を示す前にその値が変化しなくなってしまうため、十分な低エミッタンスを得ることが出来ない。

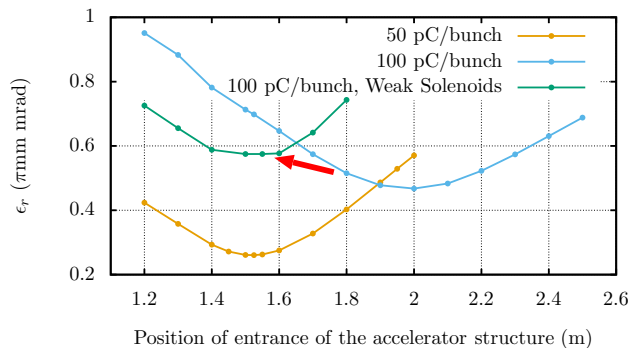


Figure 14: Dependencies of emittance on the accelerator positions with charge of 50 pC/bunch and 100 pC/bunch.

電荷量を 100 pC/bunch とした場合の、エミッタンスの加速管位置に対する依存性を、Fig. 14 に青線で示す。エミッタンスが最小を示すのは、加速管の入口が $z = 2.0$ m の時であるが、実際に加速管の位置を変更するのは困難である。ソレノイドコイル磁場を少し弱くしてやると、緑線のように、50 pC/bunch の場合と同じく $z = 1.525$ m でエミッタンスが最小となるように、調整することが可能である。

4. まとめ

線型加速器において定義される rms エミッタンスは、空間電荷効果で低減することがあり、近年解析が進んでいる。これは、連続ビームをカソードから引き出した際のスライスエミッタンスが低減するものであり、カソード直後に特徴的な非線形空間電荷効果によって引き起こされ、ある位置でエミッタンス最小値を示し、その後は増大する。さらに、ビームに集束力を与えると、空間電荷効果の r 方向依存性が変化するためエミッタンス振動が起こる。

パルスビームについても、バンチ内各スライスエミッタンスが減少することにより、連続ビームの場合と同

様にエミッタンス低減が起こる。本論文では、rf 電子銃空腔を出た後のビームにソレノイドコイルで集束力を与えてエミッタンスの低減を引き起こし、空間電荷を考慮しない場合よりも小さなエミッタンスを保ったまま、加速管で加速することが可能であることを示した。

加速管入口は、ソレノイド磁場によってエミッタンスが最小となる位置に置くのではなく、エミッタンスが低減している途中に置く必要がある。また、ビーム電荷量が変化した場合でも、ソレノイド磁場を調整することによって、同一加速管位置で低エミッタンスビームを生成可能である。

本論文で示した電子銃システムの設計は、空間電荷効果によるエミッタンス低減現象を積極的に取り入れて低エミッタンスを実現しており、従来の集束系によるエミッタンス補償法とは一線を画するものである。

参考文献

- [1] A. Mizuno, K. Masuda, M. Yamamoto, Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A 774, 51 (2015); <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0168900214013564>
- [2] T. Nogi *et al.*, “陰極近傍における鏡像効果による電子ビームエミッタンス増減現象の電子銃パラメータ依存性”, Proceedings of the 12th Annual Meeting of Particle Accelerator Society of Japan, Tsuruga, Aug. 2015, pp.39-42; http://www.pasj.jp/web_publish/pasj2015/proceedings/PDF/WEOL/WEOL05.pdf
- [3] K. Masuda, Development of Numerical Simulation Codes and Application to Klystron Efficiency Enhancement, Ph.D. thesis, Kyoto University, 1997; <http://hdl.handle.net/2433/24255>
- [4] A. Mizuno, Phys. Rev. Accel. Beams 19, 024201 (2016); <http://journals.aps.org/prab/abstract/10.1103/PhysRevAccelBeams.19.024201>
- [5] A. Mizuno *et al.*, Phys. Rev. Accel. Beams 15, 064201 (2012); <http://journals.aps.org/prab/abstract/10.1103/PhysRevSTAB.15.064201>
- [6] T. Taniuchi *et al.*, Proceedings of 21th International Linac Conference, Gyeongju, Koera, 2002, p. 683; <http://accel-conf.web.cern.ch/AccelConf/I02/PAPERS/TH438.PDF>