

J-PARC Main Ring のビーム位置モニタのゲイン較正 BEAM BASED GAIN CALIBRATION FOR BEAM POSITION MONITOR AT J-PARC MAIN RING

久保木浩功^{*A)}、外山毅^{A)}、畠山衆一郎^{B)}、高野淳平^{A)}、手島昌己^{A)}
Hironori Kuboki^{*A)}, Takeshi Toyama^{A)}, Shuichiro Hatakeyama^{B)}, Junpei Takano^{A)}, Masaki Tejima^{A)}

^{A)}KEK J-PARC

^{B)}Mitsubishi Electric System & Service Co., Ltd.

Abstract

A new beam-based method for gain calibration of Beam Position Monitor (BPM) at J-PARC Main Ring has been developed using Total Least Square fitting (TLS). The usefulness of TLS method is evaluated by the simulation comparing with the results obtained by the standard least squares fitting (LS). The gains of right (R), up (U), and down (D) electrodes (g_R , g_U , and g_D) divided by the gain of left electrode are determined from the analysis of the beam mapping data. The gains change depending on the processing circuit configuration adjusted to accept a variable signal strength which is determined by the beam intensity. The data were analyzed for two cases of intensities with 10^{13} - and 10^{14} -order protons per pulse and the gains are determined with the accuracy within $\pm 0.8\%$ for g_R and $\pm 0.6\%$ for g_U and g_D .

1. はじめに

1.1 J-PARC Main Ring のビーム位置モニタ

ビーム位置モニタ (Beam Position Monitor, BPM) は、円形加速器において周回ビームの位置を得るために不可欠な診断機器である。BPM によって得られる位置情報を元に、光学パラメータの調整や、理想的な中心軌道からのずれを示す閉軌道歪み (Closed Orbit Distortion, COD) の補正等が行われる。特に COD はビームの物理的な口径を減少させることになり、ビームロスの原因となる。また、ビームの入射・取出時等、ビーム位置や角度の高精度調整を困難にする。COD は偏向磁石・四極磁石の据付誤差や誤差磁場によって生じ、磁石の据付や磁場分布を無限に良い精度で実現しない限り不可避な要素であり、加速器運転において COD を補正することは必須である。ビームロスの低減は加速器自体の放射化を抑えるということも意味し、将来のビーム大強度化に備え、COD を高精度で補正することは非常に重要である。

大強度陽子加速器施設 J-PARC における Main Ring (MR) では全周 1567.5 m の周上に 186 台の BPM が設置されている。COD 補正は BPM で測定される位置精度に直接的に関与し、供給ビームの大強度化を考慮すると BPM の位置精度は 0.2 mm 以下であることが要求される^[1]。この精度は BPM の据付誤差の補正だけでは容易に実現できず、●据付の基準座標原点と加速器の基準座標原点の差異、●位置情報の算出に用いている BPM 電極からの出力電圧ゲインの差異、も補正する必要がある。後者の具体的な要因として 1) 100 m 以上の距離の信号伝送における信号伝達特性、2) 信号処理回路、3) コネクタ等の接続部の接触抵抗、等の電極間個体差が挙げられ、1 台の BPM でさえ各電極毎の応答ゲインは等しくない。これらの誤差を包括的に補正する手法として、四極磁石中心と BPM 中心とのずれを補正する Beam Based Alignment (BBA)^[2] があるが、MR

では各 BPM に対し、1) Bump 軌道の生成、2) 四極磁石の取束力の変更、という手順を Horizontal、Vertical 方向それぞれで行う必要があるため、測定に非常に時間がかかるという難点がある。また、Bump 軌道の生成はビームロスを増大させる可能性があり、大強度ビームに対して BBA を行うことは加速器の放射化という点で望ましくない。一方、BPM 電極からの出力ゲインの差異は、実際のビームを使って BPM 電極から処理回路まで含めた出力電圧の応答ゲインを較正する Beam Based Gain Calibration (BBGC) という手法を適用することが可能であり^[3]、測定に要する時間も 3-4 時間で十分である。実際に KEKB では BBGC によって各種オプティクス補正を大きく改善させ、世界最高ルミノシティの達成に貢献した^[4]。当初、MR の BPM に対しても KEKB と同様の方法でゲイン較正を試みたが、電極形状の違いにより適切な解析結果が得られず、独自の BBGC 手法を開発する必要があった。MR において BBGC 手法を確立することで、BBA で補正している誤差を、据付に起因する部分とゲインに起因する部分に切り分けることができ、今後の大強度ビームにおいても BBGC のみ行えば補正可能になる。

1.2 MR BPM の出力電圧関係式

図 1 に MR で使用されている BPM の電極形状を示す。MR の BPM 電極は円筒を対角線上で切断した形状をしており、左右の組と上下の組で構成されている。左右 (上下) の電極 L、R (U、D) より出力される電圧 v_L 、 v_R (v_U 、 v_D) は同軸ケーブルと信号処理回路 BPM processing circuit (BPMC) を通った後にデジタル化した電圧 V_L 、 V_R (V_U 、 V_D) として測定される。BPM からの出力電圧は次式のように書ける。

$$\begin{cases} V_L = \frac{q}{2} \left(1 + \frac{x}{a}\right), \\ V_R = \frac{q}{2} g_R \left(1 - \frac{x}{a}\right), \\ V_U = \frac{q}{2} g_U \left(1 + \frac{y}{a}\right), \\ V_D = \frac{q}{2} g_D \left(1 - \frac{y}{a}\right), \end{cases} \quad (1)$$

* kuboki@post.j-parc.jp

V_L, V_R, V_U, V_D は図 1 における L, R, U, D 電極からの出力電圧、 g_R, g_U, g_D は各電極からの信号応答のゲインを L 電極のゲインで割ったもの ($g_L = 1.0$)、 x, y は水平、垂直方向のビーム位置、 q は BPM 内部に存在するビームの電荷、 a は BPM 中心から電極内面の実効的な半径である。ゲインは BPMC の回路設定、特に、カットオフ周波数 800 kHz の Low Pass Filter (LPF) [5] の ON/OFF と、Amp. ゲインの値の組み合わせによって変わるので、実際に加速器運転で使用される組み合わせ毎にゲインを較正する必要がある。

式 (1) より、 $x/a, y/a$ および q を消去すると次式が得られる。

$$V_L = -\frac{V_R}{g_R} + \frac{V_U}{g_U} + \frac{V_D}{g_D}. \quad (2)$$

データ点の組 (V_L, V_R, V_U, V_D) が n 個ある場合、各データに対して式 (2) が成立し、連立方程式の形に書ける。

$$\underbrace{\begin{pmatrix} -R_1 & U_1 & D_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ -R_i & U_i & D_i \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ -R_n & U_n & D_n \end{pmatrix}}_{\mathbf{X}} \underbrace{\begin{pmatrix} G_R \\ G_U \\ G_D \end{pmatrix}}_{\mathbf{G}} = \underbrace{\begin{pmatrix} L_1 \\ \vdots \\ L_i \\ \vdots \\ L_n \end{pmatrix}}_{\mathbf{L}}, \quad (3)$$

ここで、(V_L, V_R, V_U, V_D) は表記の簡略化のため (L, R, U, D) とおき、 $\mathbf{G} = (G_R, G_U, G_D)$ は各電極のゲインの逆数 ($1/g_R, 1/g_U, 1/g_D$) である。式 (3) は行列表示 $\mathbf{X} \cdot \mathbf{G} = \mathbf{L}$ に書き、行列 \mathbf{X} は $n \times 3$ 行列、 \mathbf{L} は n 次元列ベクトルである L_i ($i = 1, \dots, n$)。各電極のゲイン (g_R, g_U, g_D) を求めることは、 \mathbf{G} を未知数として式 $\mathbf{X} \cdot \mathbf{G} = \mathbf{L}$ を解くことに帰着する。ゲイン較正手法として、当初は通常の線形最小二乗法 (Least Square fitting, LS 法) を用いたが、 L, R, U, D の 4 つの変数のうち L にのみ測定誤差が含まれると仮定した解析手法であったため、全ての変数を同等に扱っておらず、フィッティングで得られたパラメータが最適解であるとは言えなかった。そこで、 L, R, U, D 全てのデータに誤差が含まれているとする、全最小二乗法 (Total Least Square fitting, TLS 法) [6] を採用した。本稿では、まずシミュレーションにより LS 法と TLS 法の双方を用いてそれぞれゲインを計算し、TLS 法の有用性を示した後、実際にビームを用いて得られたビーム・マッピングデータへ適用する手順を示す。最後に、得られたゲインとその評価について述べる。

2. シミュレーション

式 (3) を解く手法として、LS 法と TLS 法の双方を用いて解 \mathbf{G} を求めた。シミュレーション手順は以下の通り [3]。

1. ゲインを予め (g_L, g_R, g_U, g_D) = (1.00, 1.01, 1.005, 0.975) と設定し、これを True gain とした。
2. 水平方向ビーム位置 $x = -2, -1, 0, +1, +2$ mm に対し、それぞれ $y = -2, -1, 0, +1, +2$ mm の位置、計 25 点の位置を設定した。各位置における出力電圧 (L, R, U, D) を式 (1) に従って計算した。

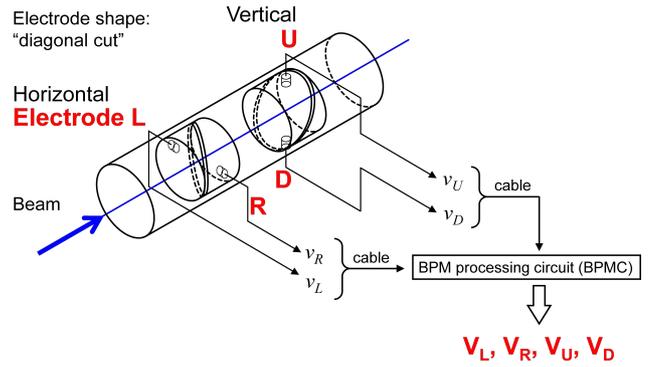


Figure 1: Diagonal-cut-type BPM at J-PARC MR. A BPM has four electrode of L, R, U, and D. The signal from each electrode is transmitted to BPMC.

3. 各 L, R, U, D に対し、 $1 \text{ sigma} = \Delta V/V$ ($V = L, R, U, D$) = 0.2% のガウス分布に従うノイズを設定し、各位置毎に 500 点のデータを生成。したがって、全データ数 $n = 500 \times 25 = 12500$ 。
4. 出力電圧のデータ L_i, R_i, U_i, D_i ($i = 1, \dots, n$) を式 (3) の \mathbf{X}, \mathbf{L} に代入し、連立方程式 $\mathbf{X} \cdot \mathbf{G} = \mathbf{L}$ を LS 法、TLS 法それぞれで解く。ゲイン $\mathbf{g} = (g_R, g_U, g_D)$ はフィッティングにより得られた \mathbf{G} から算出し、LS 法と TLS 法それぞれで得られたゲインと True gain を比較する。

一般に LS 法では以下のように正規方程式を解く。

$$(\mathbf{X}^T \cdot \mathbf{X}) \mathbf{G}_{LS} = \mathbf{X}^T \mathbf{L}, \quad (4)$$

$$\mathbf{G}_{LS} = (\mathbf{X}^T \cdot \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{L}, \quad (5)$$

ここで、 \mathbf{X}^T は \mathbf{X} の転置行列、 $(\mathbf{X}^T \cdot \mathbf{X})^{-1}$ は $(\mathbf{X}^T \cdot \mathbf{X})$ の逆行列である。TLS 法での正規方程式は LS 法の正規方程式 (4)、(5) を変形した形で書ける。

$$(\mathbf{X}^T \cdot \mathbf{X} - \sigma \mathbf{I}) \mathbf{G}_{TLS} = \mathbf{X}^T \mathbf{L}, \quad (6)$$

$$\mathbf{G}_{TLS} = (\mathbf{X}^T \cdot \mathbf{X} - \sigma \mathbf{I})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{L}, \quad (7)$$

ここで σ は 4×4 行列 $[(\mathbf{X} | \mathbf{L})^T \cdot (\mathbf{X} | \mathbf{L})]$ の最小の固有値、 \mathbf{I} は単位行列である [6]。固有値 σ は、データ点 (L_i, R_i, U_i, D_i) と式 $-R G_R + U G_U + D G_D - L = 0$ で表される四次元平面との距離の二乗の総和を意味する。LS 法と TLS 法で得られたゲイン ($\mathbf{g}_{LS}, \mathbf{g}_{TLS}$) を True gain と共に表 1 に示す。また、 \mathbf{g}_{LS} と \mathbf{g}_{TLS} を用いて出力電圧のデータから位置を再計算した結果を図 2 に示す。図 2 において、1) 補正をしないゲイン (g_R, g_U, g_D) = (1.0, 1.0, 1.0)、2) \mathbf{g}_{LS} 、3) \mathbf{g}_{TLS} の 3 種類のゲインを用いて得られた結果をそれぞれ黒、青、赤でプロットした。 \mathbf{g}_{TLS} は True gain をよく再現しており、再計算した位置も生成した位置 ($-2 \leq x \leq 2, -2 \leq y \leq 2$) とよく合っている。TLS 法を適用する有用性が示された。

3. ビーム・マッピングデータのゲイン解析

実際のビームを用いて得られたマッピングデータより、各 BPM におけるゲインの導出を行った。ステアリン

Table 1: Gains Obtained by LS and TLS Methods

| | g_R | g_U | g_D |
|-----------|-------|-------|-------|
| True | 1.010 | 1.005 | 0.975 |
| g_{LS} | 1.034 | 1.015 | 0.988 |
| g_{TLS} | 1.012 | 1.005 | 0.977 |

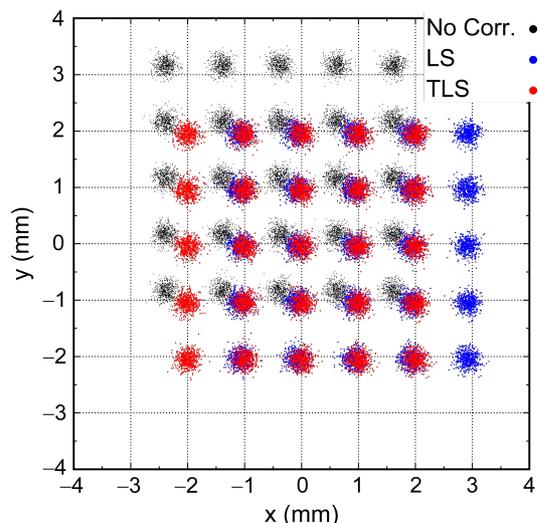


Figure 2: Reconstructed positions using 1) not corrected gains (black), 2) gains obtained by LS method (blue), and 3) gains obtained by TLS method (red).

グ磁石を用いて水平 (x')、垂直方向 (y') それぞれ、 ± 0.4 、 ± 0.2 、 0 mrad に相当するキックを加え、図 3 のように各 BPM で計 13 点の位置情報が得られるようにした。キック角度 (x', y') = (0, 0) の点は x', y' それぞれで計 2 回測定したことになる、データ数としては 14 点になる。また、キックを加える場所が 1 箇所では、BPM の場所によっては軌道の節に相当し、位置の変化が見られないため、軌道の振幅の位相が 90° ずれた場所のステアリング磁石でキックを加えたデータも取得した。1 つのキック角度あたり 9 点のデータを取得し、式 (3) における $n = 14 \times 9 \times 2 = 252$ のデータを取得した。

L, R, U, D の信号強度は、BPM 電極からの波形を BPMC で高速フーリエ変換 (FFT) することによって得られる。図 4 に電極から得られる典型的な波形、図 5 に FFT を行ったスペクトルを示す。(a)、(b) はそれぞれ BPMC における設定が低強度用のもの、大強度用のものである。ここで、低強度とは 1 パルスあたり 10^{13} 個の陽子数に対応するビーム強度、大強度は 1 パルスあたり 10^{14} 個に対応する。BPMC における低強度設定は LPF=OFF、Amp. ゲイン = 5、大強度設定は LPF=ON、Amp. ゲイン = 2 となり、双方とも加速器運転でよく使用される典型的な回路設定である。

波形をフーリエ変換すると RF 周波数 1.67 MHz と 2 倍の振動数 3.34 MHz のところに大きな信号強度が得られる (図 5)。低強度設定では二極波形のため、2 倍波の 3.34 MHz のピークが最も大きくなっているのに対し (図 5 (a))、大強度設定 (図 5 (b)) では LPF を用いているため 1.67 MHz のピークが最も大きい。しかしながら

3 MHz 以下の周波数では 0.1% 程度のノイズが含まれるため、双方の設定とも 3.34 MHz のピーク値を信号強度 L, R, U, D とした。

TLS 法を用いて得られたゲインの結果を図 6 に示

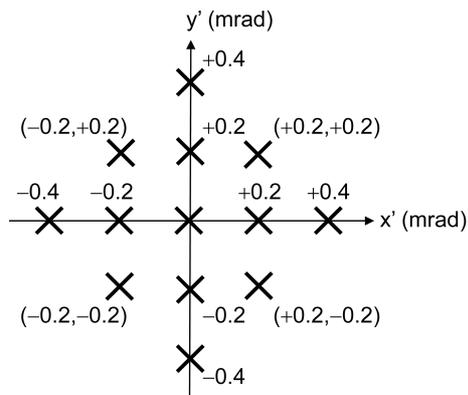


Figure 3: Beam mapping condition. Please see the text for detail.

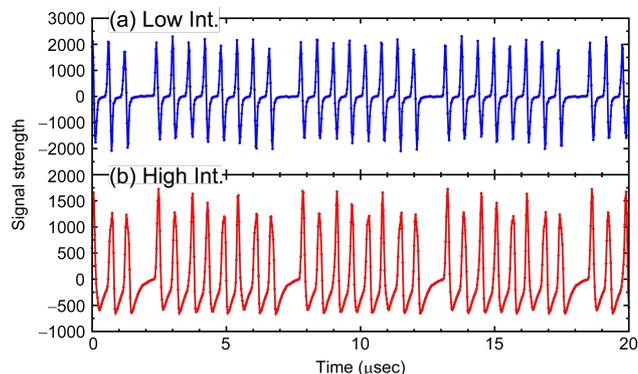


Figure 4: Typical wave forms of (a) low and (b) high intensity cases.

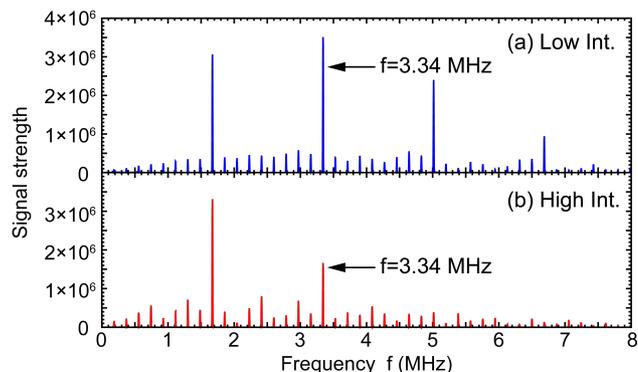


Figure 5: The Fast Fourier Transformed spectra of the wave forms for (a) low and (b) high intensity configurations. Signal strength L, R, U, D is defined as the peak value at the frequency of 3.34 MHz.

す。図 6 (a)-(c) はそれぞれ g_R, g_U, g_D の値を各 BPM に対してプロットした結果である。低強度、大強度設定

のゲインはそれぞれ青、赤でプロットしてある。設定によりゲインは最大 2-3% 程度差異がある。

ゲインの誤差は以下のようにして求めた。 α^{-1} を式 (7) での行列 $(\mathbf{X}^T \cdot \mathbf{X} - \sigma \mathbf{I})^{-1}$ の一般化逆行列とすると、その対角成分 $(\alpha^{-1})_{11}$ 、 $(\alpha^{-1})_{22}$ 、 $(\alpha^{-1})_{33}$ がそれぞれ G_R 、 G_U 、 G_D の相対誤差の二乗を意味する。データ (L_i, R_i, U_i, D_i) ($i = 1, \dots, n$) の誤差が全て同等だとすると、 $g_R = 1/G_R$ の誤差は式 (7) の σ を用いて以下のように表すことができる。

$$\begin{aligned} (\Delta g_R)^2 &= \left(\frac{\partial g_R}{\partial G_R} \right)^2 (\Delta G_R)^2, \\ &= \left(\frac{1}{G_R^2} \right)^2 \left((\alpha^{-1})_{11} \frac{\sigma}{n} \right), \\ &= \frac{(\alpha^{-1})_{11} \sigma}{G_R^4 n}. \end{aligned} \quad (8)$$

典型的な誤差は g_R で 0.8%、 g_U 、 g_D では 0.6% であった。この解析では g_L の誤差 $\Delta g_L = 0$ と仮定しているため、対になっている g_R の誤差が g_L の誤差も含む形になる。よって、 g_U 、 g_D に比べて約 $\sqrt{2}$ 倍大きくなっている。

図 6 (b)、(c) で BPM #155 はゲインの値が大きく外れているが、理由として 1) この BPM の内径は他の BPM より大きい、2) ビームダクトとの接続部に大きな段差があるため、ビーム通過時に BPM 内面に誘起される電荷分布がビーム軸方向に不連続性を持ってしまう [7]、の 2 点が影響していると考えられる。#149、#210 の BPM で値のずれが大きい理由は、マッピングデータの位置振幅が小さく、フィッティングパラメータが精度よく決まらなかったためと考えられる。ステアリング磁石でのキック位置、マッピングパターンの最適化も今後の検討課題である。

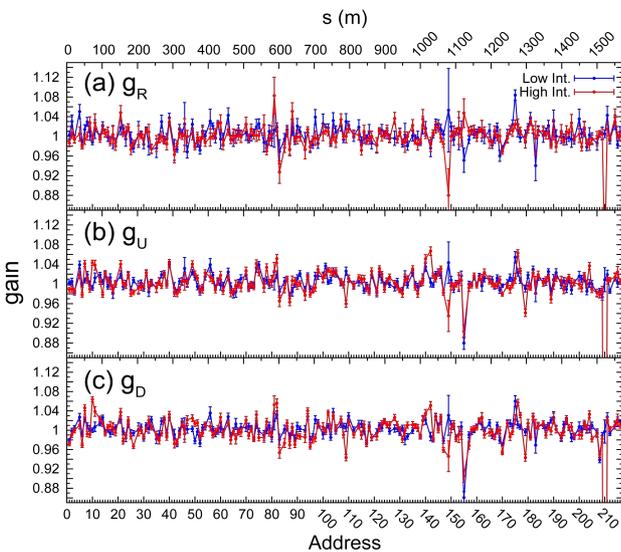


Figure 6: Gains calculated by TLS method as a function of BPM No. (a) g_R , (b) g_U , and (c) g_D are plotted with their error bars. The gains for low and high intensity are plotted by blue and red solid circles, respectively.

3.1 ゲイン解析結果の検定

実際のデータではシミュレーションのように真のゲインの値が前もってわかっていない。そこでゲインが正しく導出されていることを確かめるため、式 (1) より得られる以下の 4 つの異なる方法で位置情報を算出し、一貫性を確認した。

$$(x_0, y_0) = \left(\frac{L - R/g_R}{L + R/g_R} a, \frac{U/g_U - D/g_D}{U/g_U + D/g_D} a \right), \quad (9)$$

$$(x_1, y_1) = \left(\frac{L - R/g_R}{U/g_U + D/g_D} a, \frac{U/g_U - D/g_D}{L + D/g_D} a \right), \quad (10)$$

$$(x_2, y_2) = \left(\left[\frac{2L}{U/g_U + D/g_D} - 1 \right] a, \left[\frac{2U/g_U}{L + R/g_R} - 1 \right] a \right), \quad (11)$$

$$(x_3, y_3) = \left(\left[1 - \frac{2R/g_R}{U/g_U + D/g_D} \right] a, \left[1 - \frac{2D/g_D}{L + R/g_R} \right] a \right), \quad (12)$$

4 種類の方法で算出した位置を図 7 に示す。(a) は現在使われているゲインの値を用いた位置、(b) は解析によって得られたゲインを用いた位置である。(a) では 3 電極から算出した位置情報 (x_2, y_2) 、 (x_3, y_3) は (x_0, y_0) から大きくずれているのに対し、正しく較正されたゲイン (b) では 4 つの導出法でほぼ同等な位置を算出していることがわかる。また、 (x_2, y_2) 、 (x_3, y_3) で見られる斜めの相関は、規格化に使用している $L + R/g_R$ 、 $U/g_U + D/g_D$ の比のばらつきによるものである。

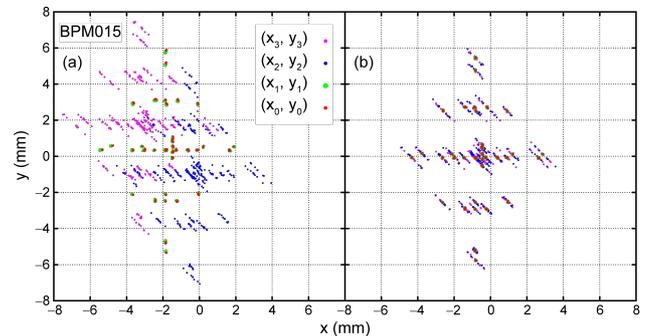


Figure 7: Positions calculated by Eqs. (9)–(12). (a) Positions using now-used gain and (b) analyzed gain. Please see the text for details.

4. 結論・展望

J-PARC MR で使用されている対角線カット電極型 BPM のゲイン較正のため、TLS 法で解析する新しい方法が開発された。シミュレーションによって TLS 法を用いたゲイン解析の有用性が示され、低強度と大強度の 2 種類のゲイン設定で得られたビーム・マッピングデータの解析を行った。典型的なゲインの誤差は g_R で 0.8%、 g_U 、 g_D では 0.6% であった。今後、本解析で得られたゲインを用いて据付誤差とゲインによる誤差の切り分けを行い、解析したゲインを用いて実際に COD 補正が改善することを確認する。また、得られたゲイン

の妥当性をオフラインで事前に確認する手法を検討・確立し、実際の加速器運転に反映させる。

本研究は MEXT 科研費 25105002 新学術領域研究「ニュートリノフロンティアの融合と進化」の助成を受けたものである。

参考文献

- [1] Y. Sato, personal communication (2014).
- [2] T. Toyama et al., "Beam-Based alignment of the BPMs at J-PARC MR", Proc. of Particle Accelerator Society Meeting 2014, Aomori, Japan, 739-743, 2014.
- [3] M. Tejima and T. Toyama, Proc. of the 10th European Workshop on Beam Diagnostics and Instrumentation for Particle Accelerators (DIPAC2011), "Beam Based Gain Calibration of Beam Position Monitors at J-PARC MR", Hamburg, Germany, 92-94, 2011.
- [4] K. Satoh and M. Tejima, "CALIBRATION OF KEKB BEAM POSITION MONITORS", Proc. of the 1997 Particle Accelerator Conference (PAC'97), Vancouver, Canada, 2087, 1997.
- [5] T. Toyama et al., "PERFORMANCE AND UPGRADE OF BPMS AT THE J-PARC MR", Proc. of the 1st International Beam Instrumentation Conference (IBIC2012), Ibaraki, Japan, 107-111, 2012.
- [6] Ivan Markovsky and Sabine Va Huffel, "Overview of total least squares methods", Signal Processing 87, 2283-2302, 2007.
- [7] T. Toyama et al., "Operating experiences of the J-PARC MR BPMs", Proc. of Particle Accelerator Society Meeting 2009, Tokai, Ibaraki, Japan, 250-252, 2009.