

[F18p27]

## A STUDY OF BEAM HALO IN A PERIODIC FOCUSING CHANNEL

Masanori Ikegami

Proton Accelerator Laboratory, Japan Atomic Energy Research Institute  
Tokai-mura, Naka-gun, Ibaraki-ken, 319-1195 Japan

### Abstract

A method is derived for applying the particle-core analysis to mismatched beams in a periodic focusing channel. By carefully choosing the parameters to yield a favorable core frequency, a Poincare surface of section plot is obtained. This method is employed to explore the stability properties of test particles in an axisymmetric periodic channel and an FODO channel. Some typical numerical results and a way to find adequate parameters are presented.

### 周期的な収束系におけるビームハローの研究

#### 1. はじめに

現在、原研を始め世界各地で、核廃棄物の消滅処理などを目的とするハイカレント、ハイパワーのイオン加速器を建設することが計画、検討されている[1]。このような加速器では、わずかなビームロスも加速器本体の放射化を引き起こすのに十分である。そのため、これらの加速器を実現するためには、ビームハローの形成過程の定性的、定量的理解が不可欠であると考えられる。このような観点から、近年、ビームハローの研究が活発に行われてきた。

このビームハローの研究には、粒子-核モデルに基づくシミュレーション[2]とセルフコンシステントな粒子シミュレーションが一般によく用いられる。粒子-核モデルでは、初期の不整合によって、脈動振動するコアの周りを運動するテスト粒子の運動の安定性を、ポアンカレ断面図を用いて調べる。この際、テスト粒子の運動はコアの振動に影響を与えないと仮定する。

一様な収束系を輸送されるビームについては、粒子シミュレーションによって得られた結果は、粒子-核モデルによって得られた結果とよく一致することが知られている[3]。このことは粒子-核モデルがハロー形成過程の本質をとらえていることを強

く示唆している。また、軸対称で周期的な収束系における粒子シミュレーションの結果も、構造共鳴が起こらないパラメータ領域では、一様な収束系の場合と本質的に同じであることが確かめられた[4]。このことから、周期的な収束系においても、粒子-核共鳴がハロー形成の主要因であると考えられる。このことは、周期的な収束系を輸送される不整合ビームについて粒子-核モデルを適用できれば直接確かめることができるが、このような試みは今までなされることがなかった。これは周期的な収束系における不整合のあるコアについて、テスト粒子の安定性を調べる上で不可欠なポアンカレ断面図を得る手法が確立していなかったためである。

本研究では、ビーム密度、外部収束力の強さなどのパラメータを調節することによって、コアの振動の周期が収束周期の整数倍になるようにし、ポアンカレ断面図を得るために成功した。本稿では、まずこのパラメータを決定する手法を簡単に述べ、次に、この方法を用いて粒子-核モデルを軸対称で周期的な収束系と FODO チャネルを輸送されるビームに適用した結果を示す。

本研究では、コアはKV分布をもつものとし、角運動量をもたないテスト粒子だけを考えるものと

した。

## 2. シミュレーション方法

スケールした座標を用いると、軸対称な場合のエンベロープ方程式は次のように書くことができる。

$$\frac{d^2 R}{d\tau^2} + \vartheta(\tau)R - \frac{\Gamma}{R} - \frac{1}{R^3} = 0 \quad (1)$$

ここで、 $\vartheta(\tau)$ は収束力の強さを表す関数、 $\Gamma$ はビーム密度を表すパラメータである。また、独立変数 $\tau$ は、軌道長を収束周期でスケールした値である。軸対称な系では、コアの振動は式(1)によって記述される。また、式(1)に対応する一様な収束系(スムーズ近似)でのエンベロープ方程式は次のように書くことができる[5]。

$$\frac{d^2 R}{d\tau^2} + \sigma_0^2 R - \frac{\Gamma}{R} - \frac{1}{R^3} = 0 \quad (2)$$

ここで、 $\sigma_0$ はゼロカレントのフェイズ・アドバンスである。

周期的な収束系における不整合のあるコアの振動は、収束系の周期性に起因する成分と不整合に起因する成分からなると考えられる。このうち、不整合に起因する成分の振動数は式(2)で与えられるものと考えられる。収束系の周期性に起因する成分は明らかに収束系と同じ周期をもつので、式(2)の解の振動数が収束周期の整数倍になるようにパラメータを定めることにより、式(1)の解の周期も収束周期の整数倍にできる。このようなパラメータは摂動法によって容易に求めることができる。本研究では、このようにして求めたパラメータを初期値として数値計算による最適化を行い、より精度よく所定のコアの振動数を与えるパラメータを決定した。

最後に、式(1)のコアの周りを運動するテスト粒子の従う運動方程式は次のように書くことができる。

$$\frac{d^2 x}{d\tau^2} + \vartheta(\tau)x - \frac{\Gamma}{R^2}x = 0 \quad (|x| \leq R \text{ のとき}) \quad (3a)$$

$$\frac{d^2 x}{d\tau^2} + \vartheta(\tau)x - \frac{\Gamma}{x} = 0 \quad (|x| > R \text{ のとき}) \quad (3b)$$

## 3. 軸対称で周期的な収束系

図1は、 $\sigma_0=45^\circ$ 、チューン・ディプレッション

$\sigma/\sigma_0=0.5$ 、ミスマッチ・ファクター $M=0.3$ のときのコアの振動の様子を示したものである。これらのパラメータは、コアの振動の周期が5収束周期になるように定めた。この図で、実線は周期的な収束系の場合を、破線は対応する一様な収束系の場合を表している。この図から、軸対称な収束系においては、収束系の周期性によってもたらされるコアの振動の変調はごくわずかであることがわかる。

図2は、図1のコアの周りを運動するテスト粒子の位置と運動量を5収束周期ごとにプロットすることによって得たポアンカレ断面図である。この図から、軸対称で周期的な収束系におけるテスト粒子の振る舞いは、一様な収束系の場合と本質的に同じ

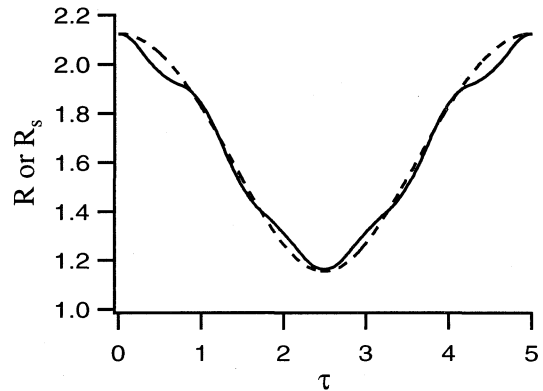


図1. コアの振動(軸対称な周期的収束系)  
実線: 周期的な収束系 破線: スムーズ近似

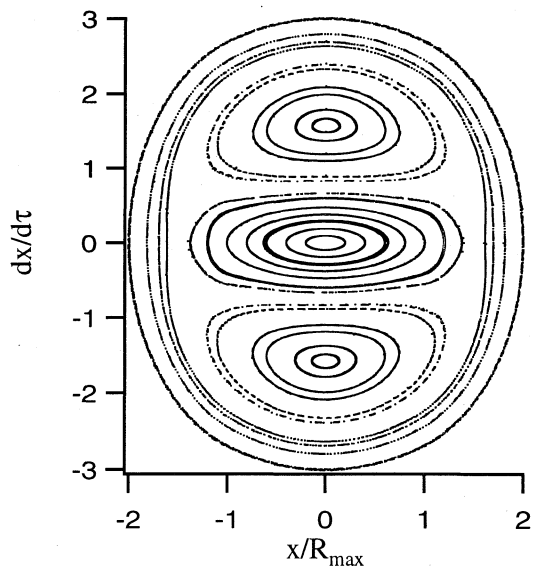


図2. ポアンカレ断面図(軸対称な周期的収束系)

であるとわかる。このことは、粒子シミュレーションの結果と符合する。

#### 4. 軸対称でない収束系

上述のような方法は、軸対称でない場合にも適用することができる[6]。今、例として、水平方向、鉛直方向のフェイズ・アドバンスとエミッタンスが等しく、コアが不整合によって脈動モードの振動を起こしている場合を考える。ラティスは、フィリング・ファクターが50%のFODOを考える。

図3は、 $\sigma_0=45^\circ$ 、 $\sigma/\sigma_0=0.5$ 、 $M=0.3$ のときのコアの振動の様子を示したものである。これらのパラメータは、コアの振動の周期が5収束周期になるように定めた。この図で、実線は水平方向、破線は鉛直方向のコアの振動を表している。この図から、FODOチャンネルにおいては、軸対称で周期的な収束系の場合に比べて、収束系の周期性によってもたらされるコアの振動の変調が大きいことがわかる。

図4は、図3のコアの周りを運動するテスト粒子のポアンカレ断面図である。この図から、FODOチャンネルを輸送されるビームの場合には、軸対称な収束系の場合に比べて、テスト粒子の運動が、広い範囲にわたってカオス性を示していることがわかる。このようなカオスは、軸対称な収束系では、より高密度で、不整合の度合いの大きい場合にしか見られないものである。このことは、FODOチャンネルでは、軸対称な収束系の場合に比べて、より広いパラ

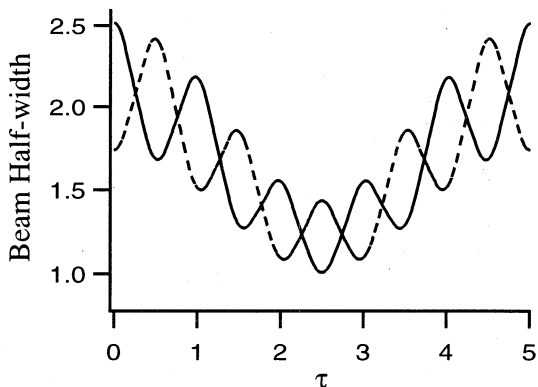


図3. コアの振動 (FODOチャンネル)  
実線：水平方向 破線：鉛直方向

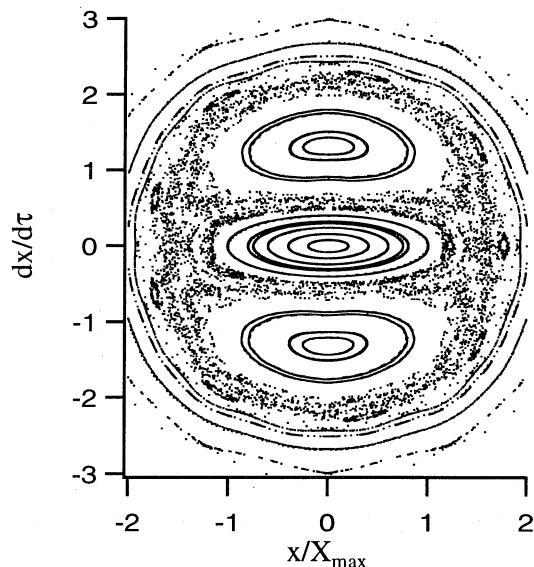


図4. ポアンカレ断面図 (FODOチャンネル)

メータ領域で、より強度の大きいハローが形成されることを示唆している。

今後、カオスの強さおよびハローサイズのパラメータ依存性、軸対称でないビームで励起される脈動モード以外のモードの影響などをより詳細に検討する必要があると考えられる。

#### 謝辞

この研究を進めるにあたって、Robert A. Jameson、町田慎二両氏と意義深い議論ができたことに感謝します。

#### 参考文献

- [1] M. Promé, in Proc. of LINAC96, Geneva, 1996, p. 9.
- [2] 例えば、A. Riabko et. al., Phys. Rev. E 51, 3529 (1995).
- [3] H. Okamoto and M. Ikegami, Phys. Rev. E 55, 4694 (1997).
- [4] M. Ikegami and H. Okamoto, Jpn. J. Appl. Phys. 36, 7028 (1997).
- [5] M. Reiser, *Theory and Design of Charged Particle Beams* (John Wiley & Sons, New York, 1994).
- [6] M. Ikegami, (in preparation).