

MULTI-BUNCH ENERGY DISTRIBUTION DUE TO HIGHER ORDER MODES IN A TRAVELLING -WAVE CONSTANT GRADIENT STRUCTURE

M. Yamamoto*1, T. Higo, H. Matsumoto, S. Takeda, K. Oide and K. Takata

*1 The Graduate University for Advanced Studies
KEK, National Laboratory for High Energy Physics
1-1 Oho, Tsukuba-shi, Ibaraki-ken, 305, Japan

ABSTRACT

In order to accept the beam from an injector linac to a damping ring of Accelerator Test Facility (ATF), a multi-bunch energy distribution must be within $\pm 0.3\%$ of the beam energy. Most of the multi-bunch energy distribution linear by depends on a bunch number and this linear term can be corrected by the energy compensation cavities. So non-linear term was calculated. It was found that the non-linear term is within $\pm 0.3\%$.

高次モードによるエネルギー拡がり

I はじめに

Accelerator Test Facility (ATF)^[1] の入射用線型加速器のエネルギー拡がりは、ダンピングリングのアクセプタンスである $\pm 1\%$ 以内でなくてはならない。バンチ内ではショートレンジウェークフィールドにより $\pm 0.7\%$ エネルギーが拡がるので、ウェークフィールドによるバンチ間のエネルギー拡がりを $\pm 0.3\%$ 以下に抑えることが要求されている^[1]。ロングレンジウェークフィールドの中で加速モードによるものは、周波数が少し異なるエネルギー補償用加速管等^[1]を用いることによりキャンセルすることが出来る。それゆえ高次モード（加速モード以外のモノポール）の影響を評価すればよい。

III章に述べるように、ビームローディングは、加速管内の各モードのロスパラメーターと共振周波数を求めることにより計算できる。しかし、ATFの入射器用加速管の様に形状の異なる加速セルが多数結合したような構造の各モードを計算することは、メッシュを用いた電磁場計算コードでは非常に困難である。ところが、このような多連結空洞の振る舞いは、セル間の結合があまり大きくなければ等価回路モデルでよく説明が出来ることが分かっている。本論文では、各加速セルの基本パラメーターをメッシュを用いた電磁場解析コードを用いて計算することにより等価回路のパラメーターを導きだして、等価回路による多連結空洞の計算をした。

II ATF入射用加速管

ATFで使用される入射器用の加速管は、長さが約3mの定電界型の加速管であり、1本当たり100MV加速する^[1]。この加速管と加速するビームのパラメーターを表1に示す。また、加速管の性質を決めるうえで特に重要なディスクの穴径について図1に示す。

ビームローディングは、主に加速管内のモノポールモードが原因となるため、その性質を調べることは重要である。まず、電磁場解析コードMAFIA^[2]とKN7C^[3]を用いて、加速管のほぼ中央の加速セル（ディスク穴径 $2a=22$ mm）の解析を行った。現MAFIAはセルの形状を比較的正しく表現できる反面、（2次元電磁場計算の場合）周期的境界条件を課することが出来ず多数のモードを計算

することは困難である。一方、KN7Cはディスクの先端をフラットと近似をするが、多数のモードを比較的容易に計算できる。このようなコードの特徴を考慮し、比較的周波数の低いモードはMAFIAで計算し、高いモードはKN7Cで評価することから出発した。MAFIAで低い方から13個のモード、KN7Cで50個のモードを計算した結果を図2・3に示す。

1個のモードで、エネルギー拡がりに対して $\pm 0.3\%$ 寄与するのは、16GHzあたりのモードである。このモードまでは、MAFIAでパラメーターが計算できる。もし、100個のモードまで考慮しすると、その場合、ランダムな加算が期待でき、1個あたりのエネルギー拡がりは、 $\pm 0.03\%$ まで統計的に許される。これは、32GHz以下、47番目のモード以下である。また、周波数が高くなれば、ロスパラメーターは小さくなる傾向があると思われる。したがって、本論文では、34GHz以下、50番目のモードまで取り入れて、ビームローディングを評価した。

表1 加速管とビームのパラメーター

加速管タイプ	定電界型
加速モード周波数	$2\pi/3$ モード 2856 MHz
加速セル数	84 セル+2 カップラーセル
加速フィールド	33 [MV/m]
バンチ数/トレイン	20 個
バンチ間隔	2.8 nsec (0.84 m)
加速電子数/バンチ	2.0×10^{10} 個

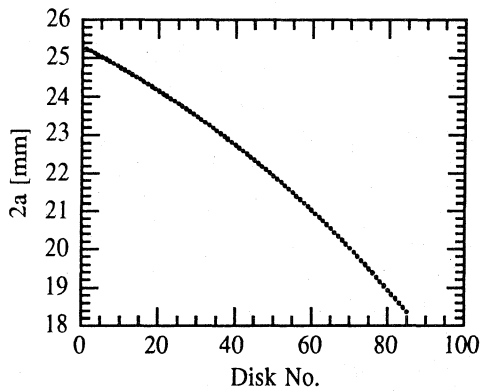


図1 ディスクの穴径 2a の分布

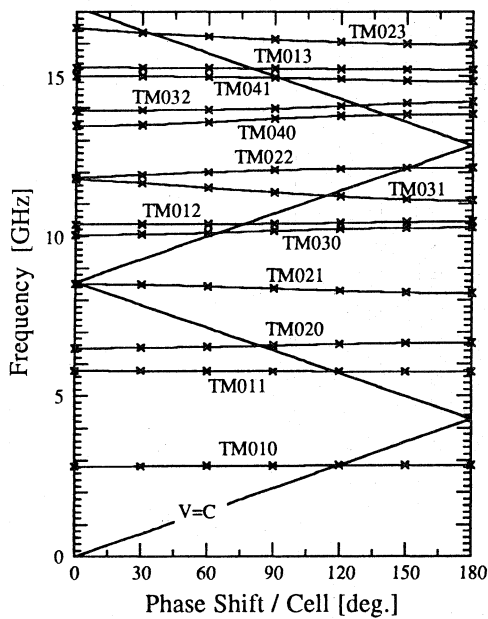


図2 MAFLA で計算された分散関係 (TM_{0mn}, 2a=22mm)

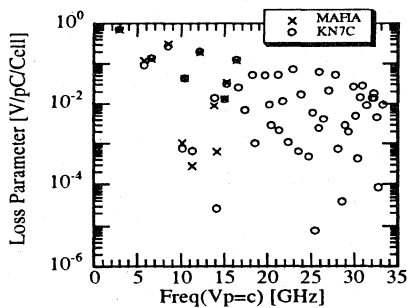


図3 MAFLA と KN7C 計算されたロスパラメータの分布 (2a=22 mm)。MAFLA は下から 13 番目のモードまで、KN7C は下から 50 番目のモードまで計算した。

III 計算方法

基本ビームローディング理論

あるキャビティ内に電荷 q を持ったバンチが通過した場合、後方 s にあるバンチは、次式で表せる電圧 $V(s)$ を受ける^[4]。

$$V(s) = \begin{cases} \sum_j 2k_j q \cos(\omega_j s / C) & s > 0 \\ 0 & s \leq 0 \end{cases} \quad (1)$$

ここで k はモノポールモードのロスパラメータ、 ω は共振角振動数、 C は光速である。また j はキャビティ内のモードの番号を表している。これらのロスパラメータと共振周波数は、次に述べる等価回路モデルを用いて評価した。本論文では、自己ウェークフィールドと呼ばれる $s=0$ のウェークは、全てのバンチにおいて等しいので、無視した。

等価回路モデル

ATF入射用加速管の場合、加速するバンチトレインの幅に比べて充填時間 (filling time) は十分長い。このことから、カップラーからウェークフィールドが逃げ出していく効果は無視することが出来る。また、加速セル間のカップリングが比較的小さいので、共振空洞があるカップリングを介して結合しているというモデルは、比較的良好な近似である。本論文では、加速管を両端が閉じた多連結空洞として計算を行った。その場合、モード間のカップリングは、無視した。これは、モード間の周波数間隔が広い場合、良い近似であり、S-バンド加速管で周波数の低いモードの場合、比較的良好な近似である。このモデルの等価回路^[5]を図-4に示す。

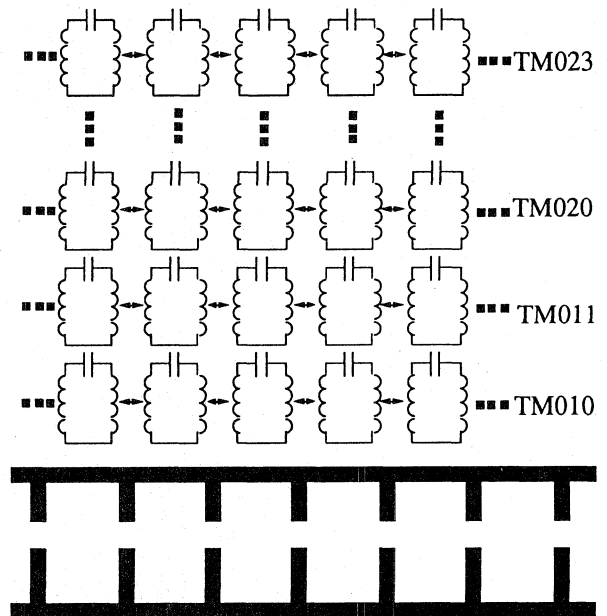


図4 等価回路モデルと加速管

この等価回路モデルは、モード毎に次式により表すことが出来る。加速管中でのあるモードのあるセルの振幅は、等価回路に流れる電流に比例する。この電流は、式(2)の固有ベクトル $\{x\}$ として求められる。この固有ベクトルのノルムは1に規格化されている。また振動数は、固有値 ω として求められる。

$$([M]\omega^2 + [K])\{x\} = \{0\} \quad (2).$$

ここで行列 $[M]$, $[K]$ は、それぞれモードのカップリングと $\pi/2$ モードの共振周波数を表し、次のように定義されている。

$$M_{ij} = \begin{cases} 1 & j=i \\ \frac{\kappa_{\pm}}{2} & j=i\pm 1 \\ 0 & \text{others} \end{cases} \quad (3).$$

$$K_{ij} = -\Omega_i^2 \delta_{ij} \quad (4).$$

ここで、 κ_+ , κ_- はそれぞれ i 番目のセルとその左側、右側のセルとのカップリングを表している。 Ω_i は、 $\pi/2$ モードの共振周波数を示している。各ディスクの穴径 $2a$ に対するこれらのパラメータは、MAFIA で計算された分散関係を、この等価回路モデルが表している分散関係、式(5)、でフィットすることにより求めた。

$$\omega(\phi) = \frac{\Omega}{\sqrt{1 + \kappa \cos(\phi)}} \quad (5).$$

ここで、 ϕ は 1セル当たりの位相差である。この等価回路モデルから計算されたあるモードの j 番目の共振周波数 ω_j と、各セルのそのモードの振幅 $\{x\}$ から、加速管全体にわたっての電圧 v_j は、次式により計算できる。

$$v_j = \sum_{n=1}^N x_n \int_0^L E_{zn} \exp(-i\omega_j(z+nL)) dz \quad (6).$$

ここで、 x_n は n 番目のセルに対応する固有ベクトル $\{x\}$ の成分である。そして、 E_{zn} は計算するモードの n 番目のセル内の軸上の電場分布である。また、 L はセル長である。この関係式を用いると、モード j のロスパラメータ k_j は次式のようになる。

$$k_j = \frac{v_j v_j^*}{4U_j} = \left| \sum_{n=1}^N x_n \sqrt{k_{on}} \exp(-i\omega_j nL/C) \right|^2 \quad (7).$$

ここで、 U_j は加速管全体にわたっての充填エネルギー

一、 k_{on} はMAFIA により予め計算されている n 番目のセルの1セル当たりロスパラメータである。この計算されたロスパラメータを式(1)に代入することにより、ビームローディングは計算できる。

IV 計算結果

最低次のモード (TM010, 加速モード)

この加速モードのパラメータは、MAFIA の2次元電磁場解析を用いて、3セルキャビティを計算することにより求めた。そして、ビームローディングはIII章で示した等価回路モデルを用いて計算を行った。計算結果を図5に示す。図から分かるように、このモードによりエネルギーは7MeV 広がる。しかし、このエネルギー拡がりほとんど線形であるから、エネルギー補償用加速管等によりキャンセルできる。

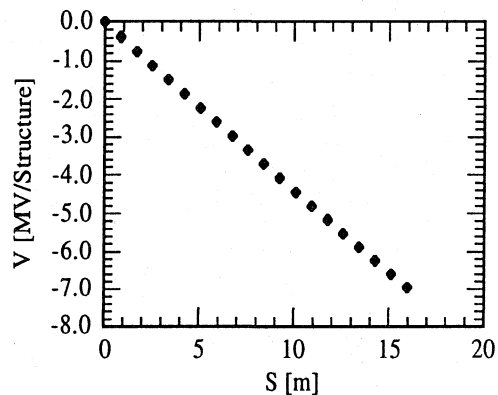


図5 加速モードによるビームローディング

2~13番目のモード

これらの周波数の低い方から2~13番目のモードのパラメータも、MAFIA の2次元電磁場解析を用いて計算を行った。この場合、ビームとの同期モード (synchronous mode) を、直に計算することは不可能なので、3セルキャビティの両端の境界条件を変えることにより、 $n\pi/6$ モードを計算し、各モードに同期する $V_p=C$ に近い速度のビームに対するロスパラメータを求め、内挿によって同期モードのパラメータを求めた。

本論文で用いている手法は、加速管を等価回路モデルで近似し、そのパラメータは電磁場解析コードを用いて求め、その結果を用いてビームローディングを評価している。このような手法で計算する場合、等価回路モデルの近似を用いていることと、そのパラメータを計算する時にエラーが入ってくることで、この2つの事が原因となって、実際との差が生じる。特に共振周波数にエラーがある場合、ビームローディングの様子は大きく変わる。そこでモード毎の周波数を、MAFIA の計算精度よりも充分大きいと思われる $\pm 1\%$ まで 1000 回一様に振って、計算した。

実際に加速器の運転を行なう場合、加速モードのウェークフィールドをキャンセルするために、エネルギー補償用加速管を使用する。このエネルギー補償用加速管に

より、ビームローディングの線形項(関数 $V(s)$ の1次の項)は、キャンセルできると考える。それゆえ、他の高次モードの線形項も、加速モードのそれに比べて特に大きくなければ、運転パラメータの調整により、キャンセルすることができる。この1000回の計算で線形項は、最大1.8 [MV/(Structure 20bunches)]あり、エネルギー補償様加速管で補償できる範囲であった。また、この線形項を差し引いた実質的に問題となる高次モードのビームローディングは、図6のようになる。

図より、2~13番目のモードによる実質的エネルギー拡がりの効果は、大体±0.2%と評価できる。この場合、エネルギー拡がりの許容値である±0.3%を越えるものは、15/1000であった。また、図より、最もエネルギー拡がり大きい場合、その分布は、2次の項が支配的である事が分かる。

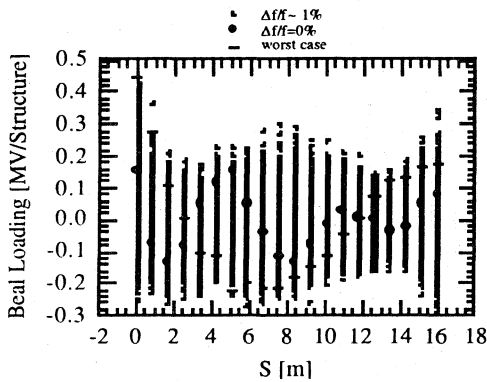


図6 2~13番目のモードによるビームローディングの非線形項。

14~50番目のモード

本論文で取り扱っているようなS-バンドの加速管の14~50番目のモードの場合、各セルの周波数の拡がりがモード間の周波数差より大きくなっており、単純な等価回路で表すことは出来ない。しかし、全てのモードのロスパラメータの周波数分布の拡がりは、全てのセルのそれとほぼ同等なので、セル間のカップリングを無視して取り扱っても良いであろう。そこで、あるモードのビームローディング電圧 $V(s)$ は、次式により計算される。

$$V(s) = \begin{cases} \sum_n 2k_n q \cos(\omega_n s / C) & s > 0 \\ 0 & s \leq 0 \end{cases} \quad (8).$$

k_n と ω_n は、それぞれあるモードと光速のビームが同期している位相のn番目のセルのロスパラメータと周波数である。これらのパラメータは、KN7Cにより計算された。

これらのモードも同様に、ビームローディングの線形項はキャンセルすることができる。また周波数エラーも同様に存在する。13番目までのモードを計算したのと同様に、周波数を±1%まで1000回一様に振って、計算した。この場合、線形項は、最大0.6 [MV/(Structure 20bunches)]であった。この線形項を差し引いた残りを図7に示す。

図より、14~50番目のモードによる実質的エネルギー拡がりの効果は、大体±0.05%と評価できる。これらのモードの影響で、エネルギー拡がりが±0.1%以上になる確率は大体10/1000程度である。また、図より、比較的低い(2~13)モードの計算の場合同様に、最もエネルギー拡がり大きい場合、その分布は、2次の項が支配的である事が分かった。

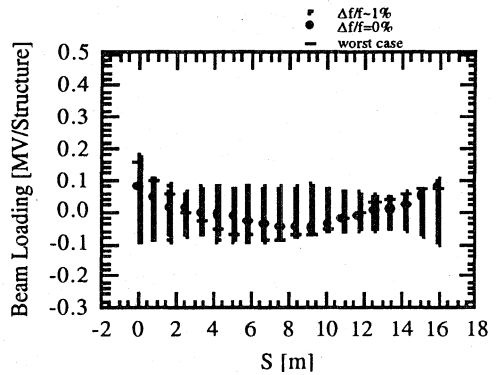


図7 14~50番目のモードによるビームローディングの非線形項。

50番目までのモードの合計

2~13番目までのモードと14~50番目までのモードとに、別々に計算されたビームローディングを合計すると、図8の様になる。この場合、エネルギー拡がりの許容値である±0.3%を越えるものは、18/1000であった。この値18/1000は、13番目までのモードを計算したときとあまり変化がない。このことは、エネルギー拡がりへの影響は、周波数の低いモードの方が強いということを示している。周波数が高くなるモードになるに従い、その間隔が詰まっているために、モード同志の打ち消しの効果が強くなっているためだと思われる。

図から、この場合もまた、最もエネルギー拡がり大きい場合、その分布は、2次の項が支配的である事が分かる。この2次の成分が問題となるようであれば、数百kV程度のこれを補償するキャビティ等を考える必要がある。

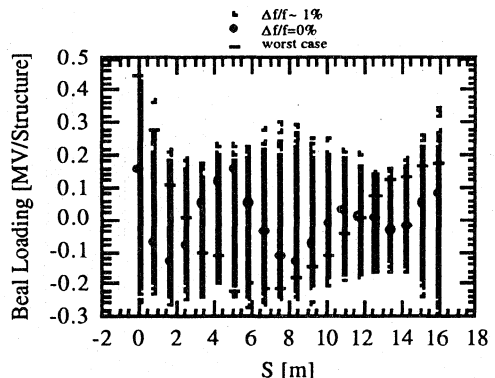


図8 2~50番目のモードによるビームローディングの非線形項。

V まとめ

本論文では、ATFで使用される3m-Sバンド加速管のビームローディングを評価するために、それを両端が閉じた多連結空洞と仮定し、等価回路モデルで13番目のモードまで、更に独立のセルから成り立っているとして50番目のモードまで計算した。このモデルによる計算から、ATFで問題となるビームローディングの非線形項が加速エネルギーの±0.3%を越える可能性が、18/1000程度であることが分かった。

また、ビームローディングの非線形項が大きい場合、2次の項が大部分を占めていることが分かった。もし入射に問題があれば、数百kV程度のこれを補償するメカニズムが必要である。

VI 謝辞

本研究を行なうに当たり、KN7Cの使用に際して多大な援助を頂いた、SLACのK. L. F. Bane博士に感謝いたします。

参考文献

- [1] S. Takeda et al., 1.54 GeV ATF Damping Ring Injector LINAC, This proceedings.
- [2] R. Klatt et al., Proc. of the 1986 Linac Conference, SLAC-Report-303, 1986.
- [3] E. Keil, Nucl. Instrum. Methods 100 (1972), 419.
- [4] K. L. F. Bane et al., SLAC-PUB-3528, Dec. 1984.
- [5] D. E. Nagle et al., Coupled Resonator Model for Standing Wave Accelerator Tanks, THE REVIEW OF SCIENTIFIC INSTRUM. Vol. 38. Num. 11, Nov. 1967.