

## Multi-Frequency Simulation of Free Electron Laser

Shin-ichiro KURUMA, Kunioki MIMA\* and Katsuhiro OHI\*\*

Institute for Laser Technology

\*Institute of Laser Engineering, Osaka University

\*\*Faculty of Engineering, Kansai University

The multi-frequency simulation code of FEL is developed. In this simulation, it is considered the effect of interaction between the multi-frequency components of the excited wave. The case of a single-frequency wave excitation is compared with the case of multi-frequency wave excitation using this code. In case of the multi-frequency wave excitation, the saturation become earlier and the level is lower than the case of single-frequency wave excitation.

### 自由電子レーザーにおけるマルチ周波数シミュレーション

#### 1. はじめに

自由電子レーザーのシミュレーションにおいて従来のコードでは、励起電磁波の周波数は一つに限定され異なった周波数成分を持つ波の間の相互作用は考慮されていなかった。しかし実際の実験においては、いかにして周波数スペクトルの狭い放射光を取り出すかが重要な課題でありサイドバンド不安定性や電子ビームの有限パルス幅の効果などを解析出来るシミュレーションコードが必要となる。その為我々は励起電磁波の周波数スペクトルの空間発展を解析出来るマルチ周波数シミュレーションコードを開発した。さらに、シングル周波数のシミュレーション結果とマルチ周波数のシミュレーション結果とを比較検討した。

#### 2. モデル方程式

電子ビームは平板ウィグラー中を  $z$  軸方向に伝搬するものとする。ウィグラー磁場及び励起電磁波のベクトルポテンシャル  $\tilde{A}_W$ ,  $\tilde{A}_F$  は  $mc^2 / e$  で規格化して

$$\underline{A}_w = a_w(z) \cos \xi \underline{e}_x, \quad (1)$$

$$\underline{A}_r = \sum_n a_{rn}(z) \cos \psi_{rn}(z, t) \underline{e}_x, \quad (2)$$

となる。但し、 $\xi = k_w z$ ,  $\psi_{rn}(z, t) = k_{rn} z - \omega_{rn} t + \theta_{rn}(z)$  で  $\theta_{rn}(z)$  は励起電磁波の位相差である。

微視的電流密度は個々の粒子の足し合わせとして次式で与えられる。

$$\underline{j} = -\frac{en_b L}{N_T} \sum_i \underline{v}_i(z, t_{i0}) \frac{\delta [t - \tau_i(z, t_{i0})]}{v_{iz}(z, t_{i0})}. \quad (3)$$

ここで、 $N_T$  は相互作用領域に含まれる全電子数であり  $n_b$  はビームの平均電子数密度、 $\underline{v}_i(z, t_{i0})$  は  $z=0$  の面を  $t=t_{i0}$  で通過した電子が位置  $z=z$  で持つ速度である。式(3)をマックスウェル方程式に代入し、式(2)で与えられるベクトルポテンシャルを用いると、 $t$  に関してフーリエ変換した後次式を得る。

$$a'_{rn} = -\frac{\omega_p^2 a_w \beta_{z0}}{2 k_{rn}} \left\langle \frac{\sin \psi_{i+n}}{\beta_{zi} r_i} \right\rangle, \quad (4)$$

$$\psi'_{i+n} = 1 - k_{rn} (1 - 1/\beta_{zi}) - \frac{\omega_p^2 a_w \beta_{z0}}{2 k_{rn} a_{rn}} \left\langle \frac{\cos \psi_{i+n}}{\beta_{zi} r_i} \right\rangle. \quad (5)$$

但し  $\beta_{z0} = v_{z0}/c$  であり  $\omega_p$  は  $k_w c$  で規格化したビームプラズマ周波数、 $k_{rn}$  は  $k_w$  で規格化した励起電磁波の波数である。左辺のプライムは  $\xi$  に関する微分を表す。 $z$  に関する2階微分及び  $\theta'_r{}^2$ ,  $A'_r \theta'_r$  の項は無視した。式(4), (5)で  $\langle \dots \rangle$  は全粒子の平均を表す。

定式を完成させる為には外場及び励起電磁波中での電子の運動方程式が必要である。それは、

$$r'_i = \frac{a_w}{2 \beta_{zi} r_i} \sum_n k_{rn} a_{rn} \sin \psi_{i+n}, \quad (6)$$

となる。但し  $x$  軸方向の正準運動量は0とした。式(4), (5), (6)を連立させて解くことによりFELの振幅に対する空間発展を追跡出来る。

### 3. 数値計算結果と検討

数値計算のパラメーターとしては大阪大学レーザー核融合研究センターで行われている誘導加速器 FEL の実験に近いものを選んだ。ウィグラーピッチ  $\lambda_w = 6 \text{ cm}$ ，ウィグラー磁場強度  $B_w = 3.2 \text{ KG}$ ，ビームエネルギー  $E_b = 6 \text{ MeV}$  ( $\gamma_0 = 12.74$ )，ビーム電流  $I_b = 100 \text{ A}$ ，ビーム半径  $r_b = 3 \text{ mm}$  である。この時、自由電子レーザーの共鳴条件及び電子ビームの入射条件は次の様になる。

$$\omega^2 = k^2 c^2 + \omega_p^2 / \gamma_0, \quad (7)$$

$$\omega = (k + k_w) \beta_{z0} c - \omega_p / \gamma_z \sqrt{\gamma_0}, \quad (8)$$

$$\gamma_0^{-2} = 1 - \beta_{z0}^2 - \beta_{x0}^2, \quad (9)$$

$$\beta_{x0} = \sum_n a_{rn} \langle \cos \psi_{rn}(0, t_{i0}) \rangle. \quad (10)$$

従って、電子ビームの軸方向及び垂直方向の初速度  $\beta_{z0}$ ， $\beta_{x0}$  が求まり、放射光の波長は  $515 \mu\text{m}$  付近となる。但し、ここで  $\omega_p / \gamma_z \sqrt{\gamma_0}$  ( $\sim 0.02 \ll 1$ ) は無視した。図1は、励起電磁波の強度の空間発展を示したものである。(a) はシングル周波数、(b) はマルチ周波数の場合である。飽和の様子をみると (a) では  $z = 2 \text{ m}$  付近で  $20 \text{ MW}$  の強度に対し (b) では  $z = 1 \text{ m}$  付近で  $10 \text{ MW}$  程度となっている。マルチ周波数の場合には、飽和が早く起こり強度は低いことが分かる。基本波が成長するにつれて高次の周波数成分が急速に成長しており、 $z = 50 \text{ cm}$  付近から周波数スペクトルが非常に広がってしまう。即ち、この場合励起電磁波の時間波形は波束の状態になっているものと思われる。

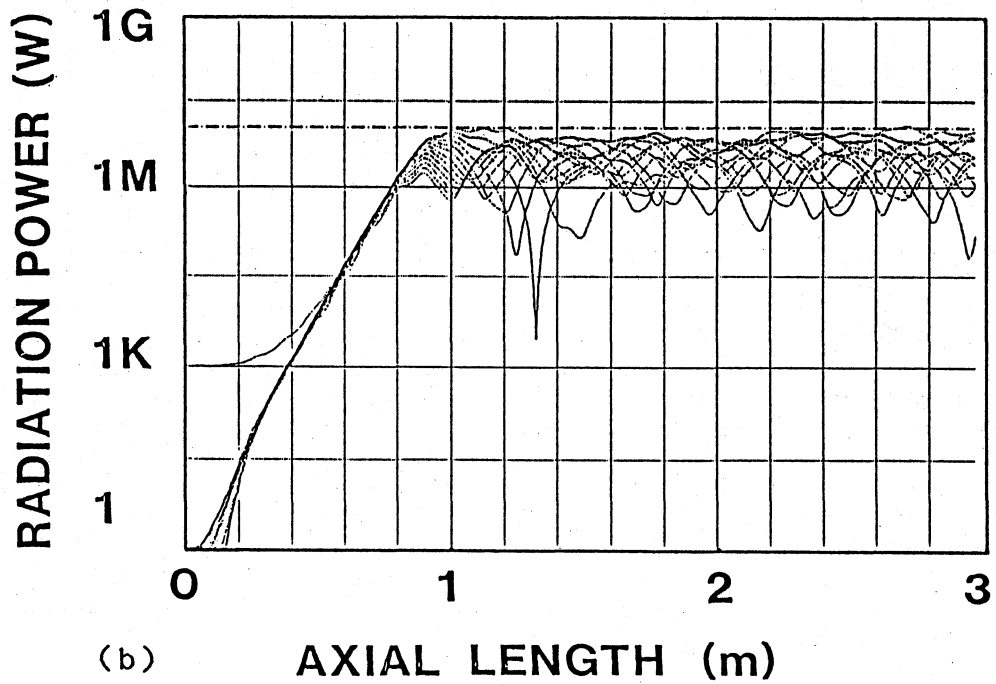
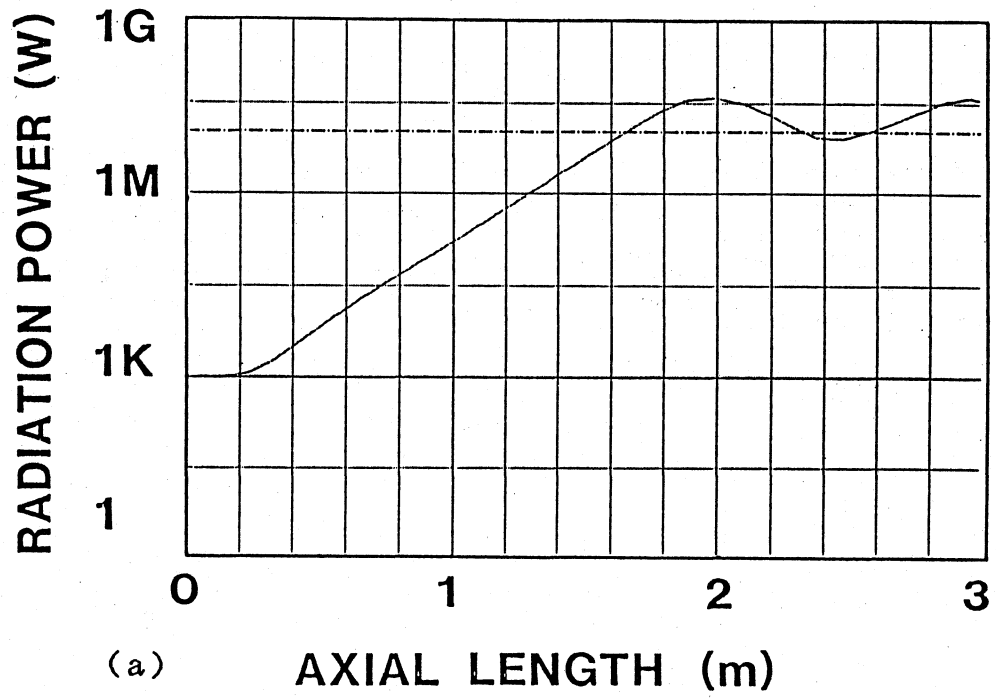


図1. 励起電磁波強度の空間発展

(a) シングル周波数の場合、(b) マルチ周波数の場合