

Schottky Signal Analysis in Linac Cavities

Yoshiyuki OGURI and Eiichi ARAI

Research laboratory for Nuclear Reactors, Tokyo Institute of Technology

ABSTRACT:

An application of Schottky signal analysis is theoretically presented for the diagnosis of intense beams in linacs. Induced currents by betatron/synchrotron oscillations of particles are calculated by applying different models. The induced currents are analytically Fourier-analysed. Resulting power spectra show some stochastic peaks which reflect basic parameters of these oscillations.

リニアック空洞におけるショットキー信号の解析

1. はじめに

リニアックで大電流のビームを加速すると、加速粒子のベータトロン振動、シンクロトロン振動が空間電荷力により影響を受けてビームの不安定性が生ずる可能性がある。従ってこれらの振動の状態を診断することは有用と考えられる。ところが強いRFの存在する空洞の奥にあるビームを観察することは簡単ではない。

ショットキー信号の解析は、貯蔵リングにおいては既に標準的なビームの非破壊的診断法として確立されている。これはリングの周上の一点に置いたピックアップからの雑音信号をフーリエ解析することにより行われる。この方法によりビームの betatron tune や運動量の広がり等が監視されている¹⁾。この報告では、この手法をリニアックに応用し、粒子のベータトロン振動、シンクロトロン振動をモニターすることの可能性について理論的に考察する。

2. 理論

貯蔵リングにおいては、同一の粒子が何回もピックアップを通過するため、ショットキー信号のパワースペクトル中の特定の位置に統計的なパイルアップが現れる。例えば粒子の横方向位置が検出可能なピックアップを用いると、ベータトロン振動は粒子の周回周波数からベータトロン振動数だけ離れたサイドバンドとして観測できる。しかしリニアックでは、通過した粒子は二度と戻って来ず、また、入射して来る粒子と出射して行く粒子との間に相関はない。つまりリニアックは粒子にとって開放系である。従ってリニアックで同じ手法を用いるならば、ピックアップは、粒子がその間を通過する間にベータトロン振動、シンクロトロン振動を何回も行う程度に十分長くなければならない。この見地から、従来の貯蔵リングにおける理論をリニアックに合わせて変更することを試みた。基本的なアイデアはリニアックの空洞自身をピックアップとして使うことである。そのために、まず粒子の運動により空洞の一部に静電的に誘起される電流を計算した。次に、その電流信号のフーリエ解析を行った。計算は全て解析的に行った。

i) ベータトロン振動：

ここでは、直流ビームによりRFQ (Fig.1) に誘起される電流をみつかる。シンクロトロン振動を除くために、電極 (vane) 断面形状は加速軸方向に一様とする。四次元位相空間 (x, \dot{x}, y, \dot{y}) 内で、粒子が Kapchinskij-Vladimirskij 分布²⁾ に従って分布すると仮定すれば、 i 番目の粒子の位置 $(x, y) = (\xi_i, \eta_i)$ は次式で近似できる：

$$\xi_i \equiv \bar{R} \cos \theta_i (1 + \chi \sin \omega_0 t) \sin(\omega_\beta t + \phi_i)$$

$$\eta_i \equiv \bar{R} \sin \theta_i (1 - \chi \sin \omega_0 t) \sin(\omega_\beta t + \psi_i)$$

ここで ω_0 と ω_β はそれぞれリニアックの運転角周波数、ベータトロン角振動数である。また \bar{R} はビーム半径の平均値、 χ は粒子の運転周波数による振動の強度を表すパラメーターである。 θ_i, ϕ_i, ψ_i はランダムな位相パラメーターで、 $0 \sim 2\pi$ の間で一様に分布している。この粒子によって Fig.1 の No.1 の電極対 (電位 u_1) に誘起される電流を計算した。つぎに全ての粒子についての統計的な和を求め、実際に観測される電流信号 $J(t)$ を求めた。パワースペクトル $w(\omega)$ は自己相関関数 $\varphi(\tau)$ のフーリエ変換により計算した：

$$\varphi(\tau) \equiv \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T J(t) J(t + \tau) dt$$

$$w(\omega) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau$$

ii) シンクロトロン振動：

ここでは等速型のヴィデレー型リニアック (Fig.2) 内のパンチしたビームを考える。パンチはギャップ長よりも十分短く、粒子は全て加速軸上にあるとする。シンクロトロン振動の位相が各粒子についてランダムに分布していると仮定すれば、 i 番目の粒子の加速軸上位置 $z = \zeta_i$ は

$$\zeta_i = \nu_i \beta \lambda + \beta ct - \frac{\phi_s \beta \lambda}{2\pi} + \frac{L_b}{2} \sin(\omega_s t + \phi_i)$$

ここで ω_s はシンクロトロン角振動数、 ν_i は i 番目の粒子の属するパンチの番号、 λ は加速R

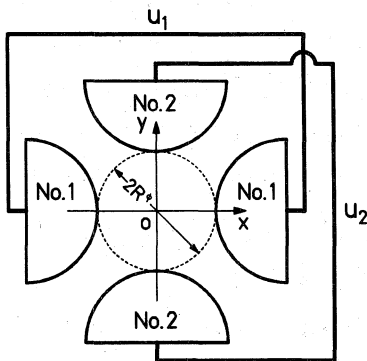


Fig.1 RFQ構造

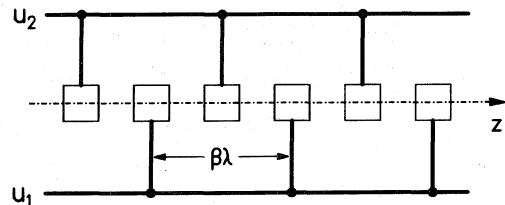


Fig.2 ヴィデレー型構造

Fの自由空間波長、 βc は粒子速度、 ϕ_s は安定位相、 L_b はバンチの長さである。また、 ϕ_i は $0 \sim 2\pi$ でランダムに様に分布する位相パラメーターである。前節と同様にして Fig.2の u_1 の電位にある電極群に誘起される電流信号のパワースペクトルを求めた。

3. 結果

Fig.3, Fig.4に計算結果の例を示す。図中で L は空洞長、 I_b はビーム電流である。信号線の終端抵抗として 50Ω を仮定した。ともにショットキー信号のパイルアップが運転周波数の回りのサイドバンドとして現れている。従って、これらからベータトロン振動数、シンクロトロン振動数がモニターできることが分かる。Fig.3では $\omega = 2\omega_\beta$ にもピークが見られる。サイドバンドと運転周波数との間隔は、Fig.3で $2\omega_\beta$ 、Fig.4で ω_s である。これはRFQが四重極構造であるのに対し、ヴィデレー型が二重極構造であることによる。

ショットキー信号のバンドは有限の幅を持つが、これは空洞の長さが有限であるためである。粒子の空洞通過時間 δt とバンドの半値幅 $\delta\omega$ との間には、 $\delta t \cdot \delta\omega \cong 2\pi$ の関係が成立する。Fig.3, Fig.4、いずれの場合にも $\omega = \omega_0$ に強い線スペクトルが見られる。これはビームのコヒーレントな集束、加速による負荷に対応し、興味の対象ではない。これに対し、統計的なショットキー信号のバンドは大変弱く、コヒーレントな信号に対する相対的強度は、 $1 / \{\text{空洞内に存在する粒子の個数}\}$ の程度である。従って、これを実際に観測するためにはスペクトラムアナライザーの前に適当なフィルター回路を必要とする。

参考文献

- 1) J. Borer et al.; Proc. 9th Int. Conf. on High Energy Accelerators, SLAC(1974)53.
- 2) I. M. Kapchinskij and V. V. Vladimirskij; Proc. Int. Conf. on High Energy Accelerators, CERN (1959)274.
- 3) R. W. Müller et al.; GSI Annual Report 88-1(1987)395.

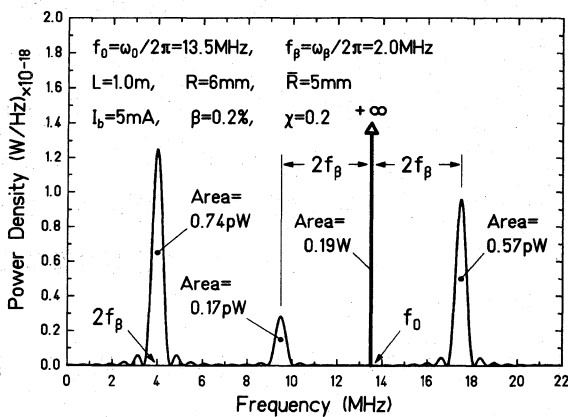


Fig.3 ベータトロン振動によるスペクトル (RFQ³⁾)

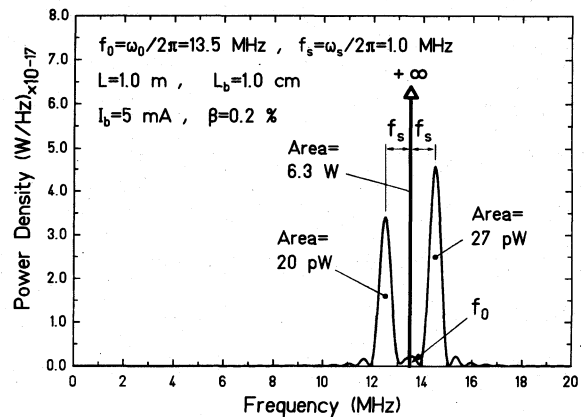


Fig.4 シンクロトロン振動によるスペクトル (ヴィデレー型)