

Numerical Simulation of the Coherent Harmonic Generation in a Q-switched FEL

H.Ogawa¹, K.Yamada, N.Sei, M.Yasumoto

Photonics Research Institute, National Institute of Advanced Industrial Science and Technology (AIST), 1-1-1 Umezono,
Tsukuba, Ibaraki 305-8568

Abstract

The Coherent harmonic generation at NIJI-IV was numerically investigated by using GENESIS1.3 code and its extended code including an optical klystron and resonator configurations. The calculated intra-cavity peak power of third harmonic at 100nm was $\sim 20 \mu\text{W}$ with a hole-coupled resonator in a Q-switched FEL. The optical mode inside the cavity was found to be mainly fundamental Gaussian at the peak intensity of third harmonic.

QスイッチFELを用いたコヒーレント高調波発生シミュレーション

1. はじめに

産総研では、小型電子蓄積リングNIJI-IVを用いて自由電子レーザー(FEL)の広帯域化の研究を行っており、現在、真空紫外域($< 200\text{nm}$)に達するFEL発振の短波長化に成功している^[1]。しかしながら、共振器ミラー損失は真空紫外域に入ると急激に大きくなり、特に150nmより短波長域では従来の方法を用いた発振は難しくなることが予想される。そこでこの波長域ではコヒーレント高調波発生(CHG)法の採用を検討している。

CHG法は図1に示すように光クライストロン内の電子ビームにレーザー光を照射し、その電磁場と相互作用させ電子ビームにマイクロバンチを形成させる。そして、この電子ビームが光クライストロンを通過する際に入射光の波長に対して奇数次のコヒーレントな光高調波を発生させる方法である。この入射レーザー光源として外部パルスレーザー^[2,3,4]または長波長用光共振器で発振させたFEL^[5,6]を用いる2種類の手法がある。これまで、前者はSuperACOで行われ外部レーザー光源としてQスイッチNd:YAGレーザーの2倍波(532nm)を用い3次高調波(177nm)と5次高調波(106nm)の発生に成功している^[7]。また、後者は最近DUKEで行われ、260nm付近の近紫外FELを用いて7次高調波(37nm)までのCHGの観測が報告されている^[5,6]。

前者の方法は、外部パルスレーザーと電子ビームのタイミングを精度よくとる必要があるが、レーザーにジッターが存在するため電子ビームとの空間的重なりが変動しCHG強度が不安定になる。一方、後者の方法は、FEL自身を用いるため安定性に優れていると考えられる。そこで、本研究では、NIJI-IVにおいて後者の方法を用いた場合のCHGの有効性をモンテカルロシミュレーションにより評価した。

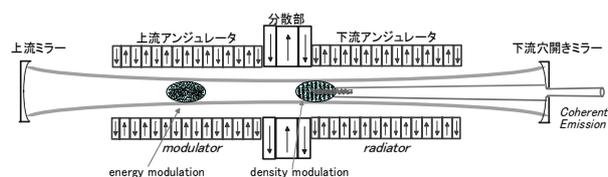


図1: CHG法の概念図

2. CHGのシミュレーション手法

波長300nmに反射率を最適化した光共振器を用いて発振させたFEL($\lambda_L = 300\text{nm}$)を光クライストロンETLOK-II^[8] (全長6.3m)内の電子ビーム($E=310\text{MeV}$)と共振器内で相互作用させ、奇数次のコヒーレントな光高調波を発生させる。この高調波を下流の穴開き共振器ミラーにより共振器の外へ取り出す。このCHGの過程をFEL 3次元モンテカルロシミュレーションコードGENESIS1.3^[9]に光クライストロンと穴開き光共振器の構成を入れたコードを作成し評価を行った。

まず、上流アンジュレータ中を電子ビームが通過する時に光パルスが成長し、光と相互作用した電子はエネルギー変調を起こす。この過程をGENESIS1.3によりアンジュレータ軸方向に沿ってシミュレーションした。その結果、上流アンジュレータ出口での電子ビームの6次元位相空間($x, y, p_x, p_y, \gamma, \theta$)およびoptical field $a_s(x, y)$ が得られる。

表1: シミュレーションに用いたNIJI-IV電子ビーム特性

Energy	310 MeV
Relative energy spread	3.3×10^{-4}
Revolution frequency	10.1MHz
Beam current	15 mA
Bunch length σ_1	18.9 mm
Beam size σ_x	0.85 mm
σ_y	0.23 mm

¹ E-mail: ogawa.h@aist.go.jp

次に、中央の分散部では、電子の通過時間がエネルギーに依存することを利用して電子エネルギー変調を電子密度変調に変換する。ポンデロモータイプ・ポテンシャルに対する電子 j の位相 θ_j は、分散部を通過することで平均電子エネルギー γ_0 からの違い $\theta_j - \theta_0$ により

$$\Psi_j = \theta_j + 2\pi N_d \left[-1 + 2 \left(\frac{\gamma_j - \gamma_0}{\gamma_0} \right) \right]$$

と位相が変化する^[10]。ここで N_d は分散部で波長 λ_L の光が電子を追い越す周期の数で、この計算では3次高調波の強度が最大になるように $N_d=60$ を用いた。この計算により得た分散部出口での $(x, y, p_x, p_y, \gamma, \Psi)$ を用い、下流アンジュレータ中での電子ビーム状態およびoptical field a_s をGENESIS1.3によりアンジュレータ軸上に沿って計算した。以上の方法により光クライストロンを電子ビームが通過する時の計算を行った。このシミュレーションで用いたパラメータを表1、2に示す。

電子ビームが光クライストロンを出て蓄積リングを周回し再び光クライストロンに戻ってくるまでに、FEL相互作用によりバンチ加熱され増大した電子エネルギー広がり σ_γ は放射冷却により減少する^[11]。

$$\frac{d\sigma_\gamma^2}{dt} = -\frac{2}{\tau_s} (\sigma_\gamma^2 - \sigma_{\gamma 0}^2)$$

ここで、 τ_s はシンクロトロン減衰時間(=40ms)で $\sigma_{\gamma 0}$ はFEL相互作用が無い時のエネルギー広がりを示す。

一方、光パルスは電子がリングを周回している間に光共振器内の自由空間を伝播し共振器ミラーに反射して、電子ビームと同じタイミングで光クライストロン入口に戻ってくる。自由空間での a_s はparaxial wave equation

$$\left(\Delta_\perp + 2ik_s \frac{\partial}{\partial z} \right) a_s e^{i\phi} = 0$$

を用いGENESIS1.3のsubroutineを利用して計算した。曲率半径 R_M の球面ミラーでの反射は、入射波 $a_{inc}(x, y, z_0)$ に対し反射波 $a_{ref}(x, y, z_0)$ は、 $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ とすると

$$a_{ref}(r, z_0) = \left[a_{inc}(r, z_0) - \frac{ird_r rd_r}{2k_s R} a_{inc}(r, z_0) - \frac{r^2}{R^2} a_{inc}(r, z_0) - \frac{r^3 d_r}{R^2} a_{inc}(r, z_0) + \frac{ik_s r^4}{R^3} a_{inc}(r, z_0) \right] \exp(2ik_s z_M)$$

で与えられ、 $r < R_M$ が成り立つので

$$a_{ref}(x, y, z_0) \approx a_{inc}(x, y, z_0) e^{2ik_s z_M}$$

と近似できる^[12]。ミラー表面の座標は、図2に示すように $z_M(r) = z_0 - r^2/2R_M$ と表した。ミラーの穴近傍の計算には、反射率として $R(r) = 2(r/R_a)^4 - (r/R_a)^8$ の

表 2 : ETLOK-IIと光共振器のパラメータ

Magnetic period	
Undulator section	72mm
Dispersive section	216mm
Total length	6.288m
Number of period	42×2
K-value	2.03
Cavity length	14.8m
Cavity loss	1.0%

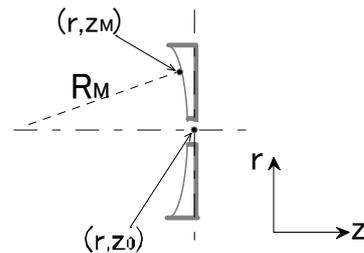


図 2 : 穴開き共振器ミラー

緩やかに変化する関数を用いた。(シャープな関数を使うと a_s の伝播の計算でnumerical problemが起るため。^[12])ここで、反射率 $R(r)$ が0.5になる穴径を $R_{eff}(=0.74R_a)$ と定義する。

CHGの計算は解析的に行った。 N_e 個の電子からアンジュレータ軸上前方に放射される n 次高調波は、1電子からの放射強度 $d^2I_0/d\omega d\Omega$ を用いて

$$\frac{d^2I_n}{d\omega d\Omega} = \frac{1}{2} N_e^2 a_n^2 \frac{d^2I_0}{d\omega d\Omega}$$

と表せる^[13,14]。ここで、

$$a_n = 2J_n \left(4\pi n N_d \frac{\Delta\gamma_m}{\gamma} \right) f_n$$

であり、 J_n は n 次ベッセル関数で、 f_n はmodulation factor

$$f_n = \exp \left[-8\pi^2 n^2 (N_u + N_d) \left(\frac{\sigma_\gamma}{\gamma} \right)^2 \right]$$

である。先の計算により求めた電子ビームと光パルス a_s が上流アンジュレータ通過時に相互作用し発生した電子エネルギー変調 σ_m は、GENESIS1.3により計算した。また、 n 次高調波の立体角とスペクトル幅の評価は、 $d\Omega = \lambda_L^2/2\pi n^2 \sigma_x \sigma_y$ および $d\omega = \lambda_L/2n\sqrt{\pi} \sigma_1$ の式^[15]を用いた。

3 . CHGシミュレーション結果と考察

図3に $R_{eff} = 0.16\text{mm}$ の時のQスイッチFELにより生成した3次高調波(100nm)の共振器内ピーク強度の時間発展をプロットした。ただし、計算時間を短縮するため基本波(300nm)のピーク強度は100Wから計算を始めている。(この強度からスタートして計算結果に影響が無いことを確認している。)図3(a)に示すように基本波のピーク強度が増加するにつれ電子

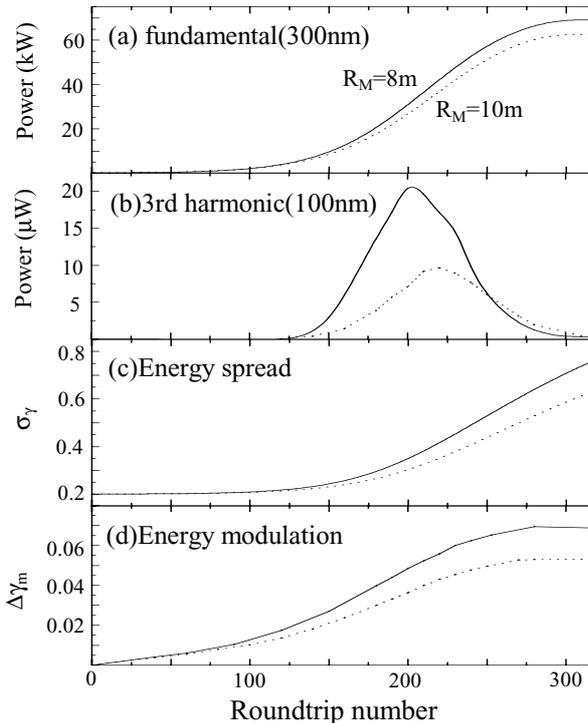


図 3 : QスイッチFELによる3次高調波の時間発展

エネルギー変調(図3(c))が増加する。それにつれ3次高調波強度(図3(b))が増大するが、同時にパンチ加熱により電子ビームのエネルギー広がり(図3(d))が増大するため基本波が最大強度に達する前に高調波強度が最大になることが分かる。また、3次高調波強度は $R_M = 8m$ の方が $10m$ の場合に比べ2倍近く強く $\sim 20\mu W$ 得られている。この理由として、 $R_M = 8m$ と $10m$ でのsingle pass FELゲインはほぼ同じであるが、ミラー面上でのウエストサイズが $R_M = 8m$ の方が $10m$ に比べ大きいことためミラーの穴による共振器損失が小さくなったためであると考えられる。

さらに、 $R_M = 8m$ の時のミラー穴径 R_{eff} を変化させその時に得られる3次高調波の共振器内ピーク強度を図4にプロットした。穴が無い場合には $45\mu W$ 得られるが、 R_{eff} が増大するにつれ3次高調波強度が減少し、 $R_{eff} > 0.2mm$ では $10\mu W$ 以下になる。

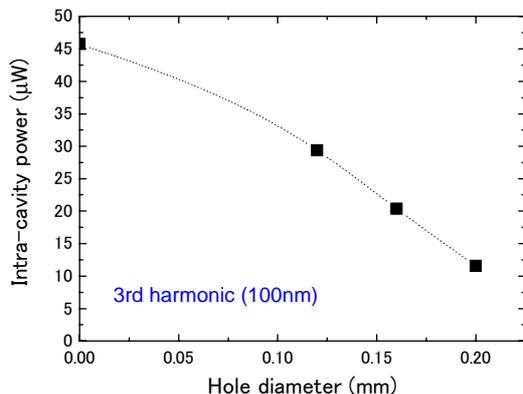


図 4 : 3次高調波強度の共振器ミラー穴径依存性

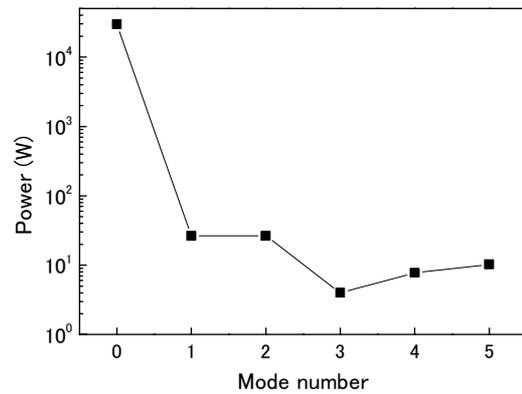


図 5 : 基本波の横モード成分

最後に、穴開き光共振器内のoptical modeを調べるために、図3(b)の3次高調波強度が最大値を持つ200周目の時($R_M = 8m$, $R_{eff} = 0.16mm$)の基本波をGauss-Laguerre関数

$$a_n = \int_0^{\infty} a_s(r, z) L_n(\xi) \frac{S}{S_0} e^{i\zeta_n} e^{-(1+i\alpha)\xi/2} d\xi$$

で成分分解した。図5に示すように、横モード成分は、高次モードが発達しておらず主に基本モードであることが分かった。

4. まとめ

電子蓄積リングNIJI-IVにおけるCHG法の可能性を調べるためシミュレーションコードを開発した。基本波の横モードを考慮し生成される3次高調波(100nm)強度を最大にするための穴開きミラー形状の最適化を行った。その時に得られるコヒーレント光は、共振器内強度で $\sim 20\mu W$ ($R_M = 8m$, $R_{eff} = 0.16mm$ の時)得られることが分かった。

参考文献

- [1] K. Yamada et al., Proceedings of the 25th Free Electron Laser Conference, Tsukuba, Japan, Sep. 8-12, 2003, to be published.
- [2] J.M. Ortega et al., IEEE J. Quantum Electron. QE-21 (1985) 909.
- [3] R. Prazeres et al., Europhys. Lett. 4 (1987) 817.
- [4] K. Yamada et al., Nucl. Instr. and Meth. A407 (1998) 193.
- [5] V.N. Litvinenko, Nucl. Instr. and Meth. A507 (2003) 265.
- [6] E.C. Longhi et al., Proceedings of the 25th Free Electron Laser Conference, Tsukuba, Japan, Sep. 8-12, 2003, to be published.
- [7] R. Prazeres et al., Nucl. Instr. and Meth. A304 (1991) 72.
- [8] T. Yamazaki et al., Nucl. Instr. and Meth. A331 (1993) 27.
- [9] S. Reiche, Nucl. Instr. and Meth. A429 (1999) 243
- [10] C.M. Tang, W.P. Marable, Nucl. Instr. and Meth. A318 (1992) 675.
- [11] P. Elleaume, J. Phys. (France) 45 (1984) 997.
- [12] B. Fattz et al., J. Phys. D: Appl. Phys. 26 (1993) 1023.
- [13] P. Elleaume, Nucl. Instr. and Meth. A250 (1986) 220.
- [14] J.M. Ortega, Nucl. Instr. and Meth. A250 (1986) 203.
- [15] B. Kincaid, Nucl. Instr. and Meth. A250 (1986) 212.